

本著の目的

電子機器の進歩により、昔であれば単に電子部品を支えるだけのPCB(Printed Circuit Board)も回路の一部として考えていく必要が出てきました。その大きな理由は、信号周波数が上昇してきたためです。つまり取り扱う信号の周波数が、高くなるにつれ、単に部品を支えるモノでしかなかった基板の特性も信号に対して大きな影響を与えるようになってしまったためです。

そこで簡単な伝送線路の理論に付け加えて、基板の影響について考慮し、新しい著作としてまとめることにしました。

この分野は、形状が複雑であることもあってノウハウ的なところが多数あります。しかし市場を左右する大きな問題となってきたため、あらゆるところで研究が急速に進歩しています。この著作自体も世に問う頃には、古くなっているところも出てきていると思います。近年の研究の進歩は、あまりにも早く進んでいます。少しでも若い人に対して、貢献できれば嬉しいことだと思います。

2008年10月 新原 盛太郎

目次

本著の目的	i
第 1 章 はじめに	1
1.1 問題の始まり	1
1.2 基礎となる理論	3
1.3 基板における問題点	4
第 2 章 電磁波	7
2.1 電磁波の概要	7
2.2 電磁気の波	9
2.3 電磁波源	12
第 3 章 伝送線路	17
3.1 分布定数線路（集中定数を用いて）	17
3.2 多重反射	27
3.3 ストリップ線路	29
3.4 ストリップ線路の結合	33
第 4 章 遅延特性	49
4.1 Elmore の理論	49
4.2 密度関数	52

第 5 章	IC 上および基板上の配線	63
5.1	結合伝送路の遅延に対する要因	63
5.2	回路設計法	67
第 6 章	具体例	71
6.1	サブストレートの影響	74
6.2	表皮効果	74
6.3	IC チップの構造	75
6.4	伝送線路モデルとシミュレーション	78
6.5	モデルの結果	82
6.6	測定法	84
6.7	実験結果	86
6.8	クロストーク	90
様々な数表現と便利な近似		97
.1	数の表現	97
.2	よく用いられる数値	98
周波数の分類と物理定数		101
.3	信号の分類と名称	101
.4	物性に関する定数	102
参考文献		105
索引		106
あとがき		109

目次

2.1	微小ダイポール	13
2.2	ループアンテナ	14
3.1	等価回路	18
3.2	有効誘電率	32
3.3	ストリップ線路	33
3.4	モード	34
3.5	結合線路	34
3.6	結合モード	35
3.7	モード容量	39
3.8	相互干渉	41
3.9	SPICE1	42
3.11	SPICE 結果 3	44
3.10	SPICE 結果 2	44
5.1	SW 時間	64
5.2	SW 方向の影響 (同じ方向)	65
5.3	SW 方向の影響 (逆方向)	65
5.4	ドライブ電力の影響	66
5.5	抵抗・容量の影響	67
5.6	遅延時間	68

5.7	パターンレイアウト	69
6.1	立ち上がり時間	73
6.2	抵抗の影響	73
6.3	チップ構造	76
6.4	サイトのパターン図-1	77
6.5	サイトのパターン図	78
6.6	IC の断面図	79
6.7	各種モデル	81
6.8	測定装置	85
6.9	測定回路	85
6.10	減衰の周波数特性	89
6.11	M3 層の結果	90
6.12	TRD 軌跡と FEN	91
6.13	クロストーク測定回路	92
6.14	シミュレーション波形	92
6.15	RC 回路のクロストーク	93
6.16	4B',3C,3A での NEN	95
6.17	方向の違いによる遅延特性	96

表目次

6.1	シミュレーション結果	72
6.2	各サイトの表	77
6.3	80
6.4	サイト 3C	82
6.5	サイト 1A	82
6.6	R、L、C の測定値と計算値	83
6.7	室温での測定結果	87
6.8	-160 [°C] と 100 [°C] での結果	87
6.9	95
10	SI 単位	97
11	英米語の数詞	98
12	Latin 数字	98
13	平方根	99
14	常用対数	99
15	自然対数	99
16	周波数の分類	101
17	物理定数表	102
18	シリコン中の拡散係数	103

第 1 章

はじめに

近年様々な機器が発達し、特に情報に関する電子機器の発達には目を見張るものがあります。このように様々な電子機器が発達していることは、様々な新しい問題も発生していることを意味しています。

ここでは、様々な電子機器の中で使われている、伝送線路を中心としたプリント基板について考えていくことにします。

1.1 問題の始まり

プリント基板について考えるためには、その基本となる基礎理論から学んでいくことが大切です。現代のように複雑な電子機器を基板を用いて構成するために、基板は複雑な構造となっています。そのような複雑な構造を支える完璧な理論は、存在しません。つまり基板については、ノウハウの固まりであるということが言えます。

電気部品は、配線を支えるための基板の上に構成されます。その配線自体もそれを支える基板自体も様々な材料が用いられています。ここではその基板材料の話から始めることにします。

1.1.1 基板材料

基板の材料としては、一般的に次の三つに分けられます。

1. 紙フェノール
2. ガラス・エポキシ（略してガラエポ）
3. テフロン

その他に特殊な用途として、セラミックやその他の様々な絶縁物が用いられています。MMICなどは、取り扱う周波数が高いために、まさにこのような特殊材料の上に回路が構成されています。特殊な材料として良く引き合いに出される材料として、ダイヤモンドがあります。ダイヤモンドは熱伝導性が良く理想的な基板ではありますが、高価であることと大きな面積の基板が出来ないことにより用いられることはほとんどありません。

先に挙げた一般的に用いられる基板のうち紙フェノールは、安い上に加工し易いため良く用いられますが、耐湿性が悪いことや電気的性能が悪いという性質があります。また電気的特性も、その他の材料に較べて良くありません。しかし安いというのは、非常に魅力があります。よって長期間用いることが無く、しかも電気的特性がそれほど重要でない電子機器においては、良く用いられます。

ガラエポは、耐湿性には優れていますが、テフロン基板に比べて電気的性能は良くありません。逆にテフロンは、耐湿性はそれほど良くありませんが、電気的に優れた特性を持っています。そこでガラエポとテフロンの長所を持った製品も数多く販売されています。

1.1.2 配線材料

配線材料としては、様々な材料が用いられています。一般的によく用いられる配線材料としては、PCBの場合銅が良く用いられます。ICなどではア

ルミニウムが主流として用いられていますが、近年銅が用いられるようになってきました。これはアルミに比べて抵抗が小さいことが大きな理由です。抵抗が小さいことによって、大規模な IC が可能になります。抵抗が小さいことは、電氣的に減衰が少なくなるばかりでなく、発熱も少なくなりますので IC の大規模化に対して適していることになります。

その他金やタングステンなども特殊な用途に用いられています。金は耐食性が優れていますので、配線の劣化を防ぐことが出来ます。タングstenは、柔らかいこともあり実験室で簡単に配線するときの材料としても用いられています。

これらの材料は、電気抵抗が小さいことはもちろんですが、耐湿性や配線自体の安定性が要求されます。配線自体の安定性とは、IC のアルミ配線のようにコロージョン^{*1}などのことを指しています。

配線は、基板との密着性が良くなければなりません。時間が経過するにつれ配線が基盤からはがれてしまうようでは、使い物になりません。そのためには、熱膨張係数が近い材料でなければなりません。特にスルーホールを形成する場合などは、この熱膨張係数が大きな役割を果たします。もし熱膨張係数が違っているとどの様になるでしょう。温度の上昇下降に従って、配線が強い力で引っ張られたり縮められたりしますので、配線が切れてしまうことになります。この様な形で切れた配線は、肉眼では大変見つけにくく、たとえ見つけだして配線をつないだとしても再び簡単に切れてしまう結果となってしまいます。

1.2 基礎となる理論

基礎的な理論は、Maxwell 方程式です。Maxwell 方程式から出発することが最も適切です。その理由は、Maxwell 方程式が全ての電磁波を含んでいるからです。Maxwell の方程式から、集中定数と分布定数とが出てきます。

*1 アルミ配線などがシリコン材料の中に溶けだして、消滅していく現象。

どの様にして区別されるかということについては、ここでは省略しますが、参考書籍として津比の著書をご覧ください [5]。

この著書では集中定数については、それほど多くの問題を取り扱いませんが、集中定数を理解するためには分布定数と比較しながら十分に理解しておく必要があります。その理由は、本来分布定数として扱わなければならない回路を、うっかり集中定数として取り扱ってもそれらしい答えはそれなりに出てきます。しかし実際の回路をどの様に扱うかにより違った結果となってしまいます。その結果何処が間違っているかということを見つけだすのに、無駄な時間を費やすことになってしまいます。

分布定数を取り扱う場合のアプローチの方法として、集中定数が密接に接近して集まっているとして扱う方法と Maxwell の方程式を直接解いていく方法とがあります。

ここでは、伝送線路については主に集中定数からの方法、放射については Maxwell 方程式を解いていく方法を用いて説明をしていきます。

ここで色々な言葉について、簡単に説明しておきます。

シグナル・インテグリティ : signal Integrity 信号の良さを示します。

EMC:Electromagnetic Compatibility 電磁気的な両立性・整合性

EMI:Electromagnetic Interference 電磁気干渉

1.3 基板における問題点

ここでは、どの様なことが基板作成において問題となるかということについて考えてみます。一見単純に見える基板においても、詳細に眺めていくと、次のような様々な事柄が考えられます。

基板からの影響 いわゆる radiation と呼ばれている現象です。

基板への影響 いわゆる immunity と呼ばれている現象です。

radiation および immunity は、配線が送信アンテナあるいは受信アン

テナとして働いていることを意味しています。この二つのアンテナには、本質的な違いは存在していません。つまり radiation が起こりやすい配線は、immunity も起こりやすいことを意味しています。

配線相互間の影響 デジタル信号が多く採用されるにつれ、その信号に含まれる周波数が高いため様々な相互干渉を生じています。

多層基板 層間は誘電体で構成されているため、相対誘電率が高くなります。その結果配線間容量が大きくなり、様々な問題を引き起こします。

熱の問題 熱は、電気性能の変化や膨張係数の違いによる問題を引き起こすばかりでなく、場合によっては基板そのものを損傷してしまいます。

その他の問題 その他、湿度、耐電圧特性、電流密度特性、放射能に対する耐性などの様々な問題が存在します。

その他に基板そのものではありませんが、基板に部品を接続するために必要な半田の材料についての問題も存在しています。いわゆる鉛フリーの問題です。

第 2 章

電磁波

ここでは、Maxwell の方程式を出発点として、電磁波がどのような様にして導き出されるかということについて考えてみます。Maxwell 方程式自体がどのような様にして導き出されるかということについては、電磁気学を参照願います。

なぜ Maxwell の方程式かと言いますと、この方程式はアンペアやビオサールの式などの多数の電気磁気に関する公式の集大成となっているからです。つまり電気磁気についての、多からず少なからずこれらの式が Maxwell の方程式にまとめられています。

配線に深く関係する伝送線路の理論については、その後に述べていくことにします。

2.1 電磁波の概要

電磁波について説明する前に、プリント基板に共通な話題についてまとめておきます。

2.1.1 歴史

PCB の電気現象に関連した歴史について、簡単にまとめておきます。

Ampere:1775-1836 フランスのアンペアによって電流によって磁場が発生することが発見されました。

Faraday:1791-1867 イギリスのファラデーにより電磁誘導の法則が発見されました。

Hertz:1857-1894 ドイツのヘルツによって変位電流が発見されました。

Maxwell:1831-1879 イギリスのマックスウエルによって電磁界方程式が完成されました。

Marconi:1874-1937 イタリアのマルコーニによる大陸間通信が行われました。

Fleming:1849-1945 イギリスのフレミングによって、真空管が発明されました。

2.1.2 主な略語

電磁波干渉に関わる主な略語について、説明をしておきます。

EMC :Electro Magnetic Compatibility : 電磁環境と自然環境との両立性を意味しています。つまり環境に対して、障害を起こさないことです。

EMI :Electro Magnetic Interference : 電磁波の相互干渉を意味しており、具体的には、電磁放射 (emission) 電磁吸収 (immunity) を指します。

SI :Signal Integrity : 信号の品質を意味しており、具体的には、反射、クロストークなどのことを指します。

PI :Power Integrity : 電力で見たときの信号品質を意味しており、主に電源や GND の変動などを指しています。

SSN :Simultaneous Switching Noise : 同時スイッチング雑音

SSO :Simultaneous Switching Output : 同時スイッチング出力

2.2 電磁気の波

Maxwell の方程式は良く知られていますように、次のように与えられています。この式の中で ∇ は、次の式で定義されるベクトル演算子です。

$$\nabla = \mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

\mathbf{i}_x x 方向の単位ベクトル

\mathbf{i}_y y 方向の単位ベクトル

\mathbf{i}_z z 方向の単位ベクトル

∂ は偏微分を示しています。。詳細は数学の本をご覧ください。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

式の中で使われているベクトルは、次の意味を持っています。

\mathbf{E} 電解ベクトル

\mathbf{D} 電束密度ベクトル

\mathbf{H} 磁界ベクトル

\mathbf{B} 磁束密度ベクトル

\mathbf{J} 電流密度ベクトル

ρ 電荷密度

3次元の空間を考え、 z 軸方向へ進行する波について考えます。そのために次の式のように表される、 z 方向へ進行する式を考えます。

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}) = (\mathbf{F}_t + \mathbf{F}_z) \exp\{j(\omega t - k_z \cdot z)\}$$

この式の中で \mathbf{F}_t , \mathbf{F}_z は、各々 z 軸に直行する波 \mathbf{F}_z と z 軸に平行な \mathbf{F}_t 波二つのベクトルであるとして、また ∇ もベクトルですから z 軸に直行する波と z 軸に平行な二つのベクトルに分離することが出来ます。そこで、次のような記号を用います。

$$\nabla = \nabla_t + \mathbf{i}_z \partial / \partial z \quad (2.2)$$

次の二つの条件を考えます。一つ目は、この波を生じるために必要な信号源については考えません。つまり $\rho = 0$, $\mathbf{J} = 0$ とします。二つ目は、 $D = \epsilon E$, $B = \mu H$ とし、 ϵ , μ は、共に定数とします。このことは本来二つともテンソル^{*1}と呼ばれる定数なのですが、多くの場合に一つだけの成分を持った定数とすることが多くこの場合も特に大きな問題は生じません。そうしますと Maxwell の方程式は、次のように与えられます。

$$\gamma \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_t + \mathbf{i}_z \times \nabla_t E_z = j\omega \mu \mathbf{H}_t \quad (2.3)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t = -j\omega \mu \mathbf{i}_z H_z \quad (2.4)$$

$$\gamma \mathbf{i}_z \times \mathbf{H}_t + \mathbf{i}_z \times \nabla_t H_z = -j\omega \epsilon \mathbf{E}_t \quad (2.5)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t = j\omega \epsilon \mathbf{i}_z E_z \quad (2.6)$$

これらの方程式から、次の結果が得られます。

$$(\gamma^2 + \omega^2 \epsilon \mu) \mathbf{E}_t = -\gamma \nabla_t E_z + j\omega \mu \mathbf{i}_z \times \nabla_t H_z \quad (2.7)$$

$$(\gamma^2 + \omega^2 \epsilon \mu) \mathbf{H}_t = -\gamma \nabla_t H_z + j\omega \mu \mathbf{i}_z \times \nabla_t E_z \quad (2.8)$$

これらの式を見て分かりますように、右辺は全て z 成分となっています。このことから自由空間の中を光の速さで進行する電磁波は、進行方向に垂直であることが分かります。

2.2.1 z 成分を求める

電磁波は、 z 成分が分かればその他の垂直方向成分も計算することが出来ることが分かりました。この z 成分は、実は単独で計算することが可能で

*1 テンソルとは x, y, z 方向の成分を持った定数で一般に行列で与えられます。

す。その式を求めるために、次の Maxwell の方程式と、物質に関する方程式を用います。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.10)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.12)$$

これらの式から、次の結果が出てきます。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.14)$$

(2.13)(2.14) 式を z 方向とそれに垂直な方向に分解します。次の式が得られます。

$$\left(\nabla_t + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (\mathbf{E}_t + \mathbf{i}_z E_z) \exp(-\gamma z) = 0 \quad (2.15)$$

$$\left(\nabla_t + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (\mathbf{H}_t + \mathbf{i}_z H_z) \exp(-\gamma z) = 0 \quad (2.16)$$

$$\nabla_t^2 E_z + (\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu) E_z = 0 \quad (2.17)$$

$$\nabla_t^2 H_z + (\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu) H_z = 0 \quad (2.18)$$

これらの方程式を解くことによって、電磁波が決まることとなります。この問題を解くには、境界条件が必要になります。

左辺の第二項は、 κ_m^2 と通常置かれます。これは境界条件により無限のとびとびの解が求められます。そのとびとびの値を m によって区別をしています。次の式として与えられます。

$$\kappa_{mn}^2 = \gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu \quad (2.19)$$

γ は、電磁波の伝搬定数を示していますので、この値が実数の場合には、急速に信号が減衰し、純虚数の場合には、減衰することなく伝わっていく電

磁波を示していることとなります。このことから $\gamma=0$ のときは、カットオフ周波数を示していることとなります。

TEM 波と TE, TM 波とは、基本的に動作が異なります。TEM 波の場合必ず $\kappa_{MN}=0$ となります。これは TEM 波の場合、電界・磁界が電位のみで表現できることから出てきます。このことから TEM 波は、 γ が常に虚数となり、全ての周波数にわたって減衰することはありません。

それに対して TE, TM 波は、様々な様子を示します。式で書きますと、次のようになります。

$$\omega = \frac{\kappa_{mn}}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (2.20)$$

例えば開口部分が a, b の方形導波管の場合の磁界の強さは、 $H_{z, mn} = A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}\right)$ ここで A_{mn} は、定数。この式から $a > b$ としてカットオフ周波数を $m=1, n=0$ の場合について求めますと、波長 $\lambda = 2a$ と得られます。ただし $c^2 = 1/(\epsilon\mu)$ を用いています。

この様に全ての波が伝搬するのではなく、伝送路によって通過できる波が決まってしまいます。

2.3 電磁波源

電磁波源には、様々な種類が考えられます。しかし究極のところ電荷を持った粒子が加速度を持つことによって、電磁波という形のエネルギーを発生することについては同じことです。

ダイポール（双極子）

次に図 2.1 に示すようなダイポールを考えます。ダイポールアンテナとは、無限に接近した電流によって生じる電磁波のことを言っています。なぜダイポールアンテナを考えるかと言いますと、最も簡単なアンテナの一つと考えられるからです。

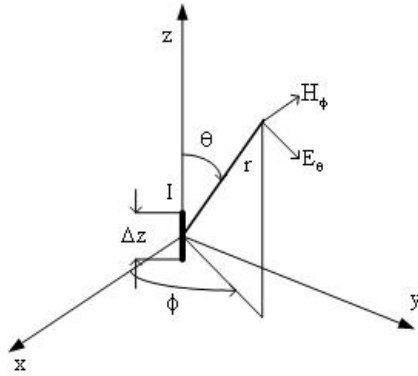


図 2.1 微小ダイポール

このダイポールアンテナの電磁界成分は、次のように与えられます。

$$E_r = 2 \frac{\eta_0 k^2}{4\pi} I \Delta z \left[\frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right] \exp(-jkr) \cos \theta \quad (2.21)$$

$$E_\theta = \frac{\eta_0 k^2}{4\pi} I \Delta z \left[j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right] \exp(-jkr) \sin \theta \quad (2.22)$$

$$E_\phi = 0 \quad (2.23)$$

$$H_r = 0 \quad (2.24)$$

$$H_\theta = 0 \quad (2.25)$$

$$H_\phi = \frac{k}{4\pi} I \Delta z \left[j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right] \exp(-jkr) \sin \theta \quad (2.26)$$

電力を表すポインティング・ベクトル $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ は、次のように表されます。

$$\begin{aligned} P &= |E_\theta \cdot H_\phi| \\ &= \frac{1}{120\pi} (60\pi I \Delta z)^2 \sin^2 \theta \quad [\text{W}/\text{m}^2] \end{aligned} \quad (2.27)$$

全電力は、この電力の面積積分となりますので、次のように与えられます。

$$\begin{aligned} W_d &= \oint P ds \\ &= \left(\frac{80\pi I \Delta z}{\lambda} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.3.1 ループアンテナ

次の図に示すような、小さな円を流れる電流を考えます。

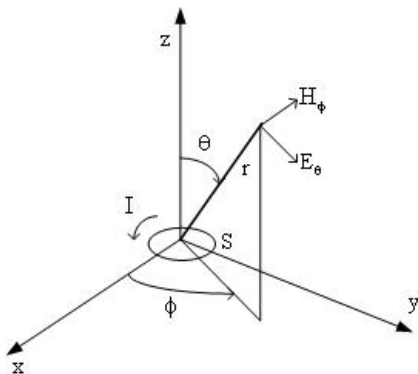


図 2.2 ループアンテナ

このときの式は、次のように与えられます。

$$E_r = 0 \quad (2.29)$$

$$E_\theta = 0 \quad (2.30)$$

$$E_\phi = -j \frac{\omega \mu_0 k^2}{4\pi} IS \left[j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right] \exp(-jkr) \sin \theta \quad (2.31)$$

$$H_r = 2j \frac{\omega \mu_0 k^2}{4\pi \eta_0} IS \left[\frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right] \exp(-jkr) \cos \theta \quad (2.32)$$

$$H_\theta = j \frac{\omega \mu_0 k^2}{4\pi \eta_0} IS \left[j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right] \exp(-jkr) \sin \theta \quad (2.33)$$

$$H_\phi = 0 \quad (2.34)$$

第 3 章

伝送線路

ここでは、伝送線路を Maxwell の方程式から導く方法と集中定数として導く方法について述べます。

3.1 分布定数線路（集中定数を用いて）

分布定数線路の式を求めるに当たって、TEM 波を考えます。分布定数線路にも色々な線路が存在します。しかし信号線とグランド線を持っているような分布定数線路の場合には、TE 波や TM 波は、急速に減衰してしまいほとんど存在することは出来ません。このような線路の場合、TEM 波のみを考えても大きな誤差にはつながりません。

分布定数線路は微小線路を考えますと、次の図のような集中定数によって表すことが出来ます。集中定数回路を考えると言うことは、すなわち TEM 波を考えていることです。

ここで集中定数の値は、場所によって変化しない一定の値であると仮定しています。これは均一な線路を仮定していることを意味しています。

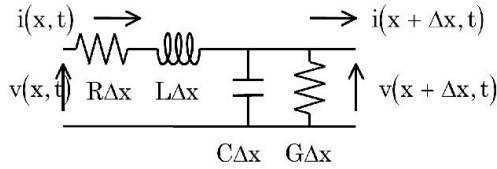


図 3.1 等価回路

この回路図からキルヒホッフの法則を用いて、次の式が得られます。

$$v(x, t) = v(x + \Delta x, t) = (R\Delta x)i(x, t) + (L\Delta) \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = (C\Delta x) \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} + (G\Delta x)v(x + \Delta x, t) \quad (3.2)$$

この二つの式から Δx をゼロに近づけ、さらにテイラー展開をして第1近似のみを取りますと

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C \frac{\partial v}{\partial t} - Gv \quad (3.4)$$

(3.3) 式を x で微分し、(3.4) 式を t で微分しますと

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -R \frac{\partial i}{\partial x} - L \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} = -G \frac{\partial v}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

(3.4)(3.6) 式を (3.5) 式へ代入しますと

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - (RC + LG) \frac{\partial v}{\partial t} - LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - RGv = 0 \quad (3.7)$$

電流についても、同様な式が成り立ち

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} - LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - RGi = 0 \quad (3.8)$$

この二つの (3.7)(3.8) 式は、一次元波動方程式と呼ばれます。この式は次の解を持っています。

$$f = \Re[f_0 \exp(-\gamma x + j\omega t)] \quad (3.9)$$

この式を (3.7) 式または (3.8) 式へ代入しますと

$$0 = \gamma^2 - j\omega(RC + LG) + \omega^2 LC - RG \quad (3.10)$$

この式から

$$\gamma = \pm \sqrt{-\omega^2 LC + RG + j(RC + LG)} \quad (3.11)$$

$$= \pm \sqrt{(j\omega L + R)(i\omega C + G)} \quad (3.12)$$

よって (3.7)(3.8) 式は、次の解を持ちます。

$$V = V^+ \exp(-\gamma x) + V^- \exp(\gamma x) \quad (3.13)$$

$$I = I^+ \exp(-\gamma x) + I^- \exp(\gamma x) \quad (3.14)$$

ただし $v = V \exp(j\omega t)$, $i = I \exp(j\omega t)$

V^+ , V^- , I^+ , I^- : 定数

ここで電圧や電流の記号の上に付けた $+$, $-$ の記号は x 軸方向のプラス側及びマイナス側へ進む波を表していることに注意します。 x 軸のプラス側へ進む波を進行波、マイナス側へ進む波を後進波または反射波と呼んでいます。

さらに伝送線路の特性インピーダンスと呼ばれる量は、次の式で与えられます。

$$Z_C = \frac{V}{I} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (3.15)$$

3.1.1 伝送線路の終端

次に伝送線路を何らかのインピーダンスで終端した場合について考えます。その終端インピーダンスを Z_L とします。この終端インピーダンスが

$x = 0$ の所にあるとします。また終端インピーダンス Z_L での電圧、電流を各々 $V_L \exp(j\omega t)$, $I_L \exp(j\omega t)$ とします。(3.13)(3.14) 式から

$$V^+ + V^- = V_L \quad (3.16)$$

$$I^+ - I^- = I_L \quad (3.17)$$

特性インピーダンスの定義 (3.13) 式から

$$V^+ = Z_C I^+, \quad V^- = Z_C I^- \quad (3.18)$$

がなりたち、さらに $V_L = Z_L I_L$ ですので (3.17) 式の両辺に Z_C を掛け (3.18) 式を用いますと

$$V^+ - V^- = \frac{Z_C}{Z_L} V_L \quad (3.19)$$

(3.16)(3.19) 式より

$$V^+ = \frac{Z_L + Z_C}{2Z_L} V_L, \quad V^- = \frac{Z_L - Z_C}{2Z_L} V_L \quad (3.20)$$

反射係数

ここで電圧反射係数と電流反射係数とを定義します。

$$\Gamma_V = \frac{V^-}{V^+}, \quad \Gamma_I = \frac{-I^-}{I^+} = -\Gamma_V \quad (3.21)$$

ここでは電流反射係数はいりませんので、電圧反射係数を簡単のために Γ で示すことにします。そうしますと (3.19) (3.20) 式より、次のように書けます。

$$V^+(1 + \Gamma) = V_L, \quad V^+(1 - \Gamma) = \frac{Z_C}{Z_L} V_L \quad (3.22)$$

この二つの式から

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (3.23)$$

透過係数

電圧透過係数という概念も用いられますので、その定義についても述べておきます。電圧透過係数とは進行波電圧がどの程度負荷に電圧として現れているかを示すもので、その定義は次の式で与えられます。

$$T = \frac{V_L}{V^+} \quad (3.24)$$

(3.22) 式を用いますと、(3.24) 式は次のようにも表現できます。

$$T = 1 + \Gamma \quad (3.25)$$

電流透過係数も定義できますが、省略します。

マイクロ波理論においては、定在波比 と言う概念も良く用いられます。このうち電圧定在波比について取り扱います。電圧定在波比は伝送路中に発生している電圧の最大電圧と最小電圧の比によって定義されています。定義式を与える前に任意の点での電圧波、反射係数を用いて次のように与えられます。ただしここで距離の基準点として負荷のある点を電圧の基準点とし、電圧源に向かって距離を測るとします。そうしますと任意の点での電圧は、次式となります。

$$V = V^+ \exp(-\gamma x) + \Gamma V^+ \exp(\gamma x) \quad (3.26)$$

この式の絶対値を取りますと

$$|V| = |V^+| \cdot |\exp(-\gamma x) + \Gamma \exp(\gamma x)| \quad (3.27)$$

ここで $\gamma = j\beta$ （損失が無いとき）、 $\Gamma = |\Gamma| \exp(j\theta)$ と置きますと (3.25) 式は

$$\begin{aligned} |V| &= |V^+| \cdot |1 + |\Gamma| \exp[j(\theta - 2\beta x)]| \\ &= |V^+| \cdot \sqrt{(1 + |\Gamma|)^2 - 4|\Gamma| \sin^2\left(\beta x - \frac{\theta}{2}\right)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

この式から定在波比は、次のように与えられます。

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (3.29)$$

任意の点 $x = -1$ から見た反射係数は、(3.24) 式から次のように与えられます。

$$\Gamma(l) = \frac{V^- \exp(-\gamma l) - V^+}{V^+ \exp(\gamma l) - V^-} = \Gamma_L \exp(-2\gamma l) \quad (3.30)$$

また任意の点から負荷を見たときの正規化インピーダンスは、次のように与えられます。

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{in} &= \frac{Z_i n}{Z_C} = \frac{V}{I} \frac{1}{Z_C} \\ &= \frac{V^+ \exp(\gamma l) + V^- \exp(-\gamma l)}{V^+ \exp(\gamma l) - V^- \exp(-\gamma l)} \\ &= \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Γ として (3.30) 式を用い、 Γ_L は $x = 0$ の点での反射係数ですので、(3.23) 式を用いますと (3.31) 式は

$$\hat{Z}_{in} = \frac{Z_L + Z_C \tanh(\gamma l)}{Z_C + Z_L \tanh(\gamma l)} \quad (3.32)$$

1. $Z_L = 0$ のとき

(3.30) 式は、次のようになります。

$$\hat{Z}_{in} = \tanh(\gamma l) \quad (3.33)$$

損失が無いときを考えますと、上の式は次のように変形することが出来ます。

$$\hat{Z}_{in} = \tanh(j\beta l) = j \tan(\beta l) \quad (3.34)$$

この式は負荷を短絡することを意味しており、 $n = 0, 1, 2, \dots$ としますと、 $n\pi < \beta l < \frac{n+1}{2}\pi$ のとき $\tan(\beta l)$ となり誘導性となります。

$\frac{n+1}{2}\pi < \beta l < (n+1)\pi$ のとき $\tan(\beta l)$ となり、容量性となります。

2. $Z_L = \infty$ のとき

$$\hat{Z}_{in} = \tanh^{-1}(\gamma l)$$

この場合は、短絡状態と誘導性、容量性が入れ替わる結果となります。

次に電力について考えます。負荷に与えられる電力は今までの記号を用いて

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \Re(V_L I_L) \\ &= \frac{1}{2} \Re[(V^+ + V^-)(I^+ - I^-)] \\ &= \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_C} (1 - |\Gamma|^2) \end{aligned} \quad (3.35)$$

$\Gamma = 0$ の場合、つまり (3.21) 式からの場合は整合 (Matching) と呼ばれます。このときの負荷に与えられる電力は、次のようになります。

$$P = \frac{1}{2} \Re(V I^*) = \frac{1}{2} \frac{|V_L|^2}{Z_L} \quad (3.36)$$

3.1.2 無損失線路

損失の無い伝送線路は、次の条件が必要です。

$$R = G = 0 \quad (3.37)$$

このときの電圧の比は、次のように与えられます。

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{Z_L(Z_C + Z_0) + Z_C}{Z_C Z_0} \\ &= 1 + Z_L \left(\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_C} \right) \\ &= 1 - \omega 2LC\ell^2 + j\omega\ell\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (3.38)$$

ただし

V_1 入力側の電圧

V_2 出力側の電圧

$Z_L = j\omega L$ コイルによるインピーダンス

$Z_C = 1/(j\omega C)$ 容量によるインピーダンス

$Z_0 = \sqrt{LC}$ 特性インピーダンス

この式の絶対値と位相は、次のように与えられます。

$$\left| \frac{V_1}{V_2} \right| = [(1 - \omega^2 \ell^2 LC)^2 + \omega^2 \ell^2 LC]_{1/2} \quad (3.39)$$

$$\tan \beta \ell = \frac{\omega \ell \sqrt{LC}}{1 - \omega^2 LC \ell^2} \quad (3.40)$$

この式を見ますと、次の条件が成立しない場合には、信号振幅および位相が大きく変化していることが分かります。

$$\omega^2 \ell^2 LC \ll 1 \quad (3.41)$$

この条件は、次のように書き換えることもできます。

$$\omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\ell \sqrt{LC}} \quad (3.42)$$

この式の中で ω_0 は、伝送線路の共振周波数を示しています。つまり扱っている周波数が共振周波数に近づくと、抵抗やコンダクタンスが無くても伝送線路に損失が生じると言うことです。

(3.41) 式が成立するときの振幅と位相は、次のようになります。

$$\left| \frac{V_1}{V_2} \right| = 1 \quad (3.43)$$

$$\tan \beta \ell = \omega \ell \sqrt{LC} \quad (3.44)$$

また単位長さ当たりの振幅と位相は、上の式において $\ell = 1$ とすることによって与えられます。

以上の結果から、抵抗やコンダクタンスが無く、(3.41) 式が成立するとき振幅は変化しないのですが、位相だけが変化していくことが分かります。

最終的に (3.41) 式が成立するとき、次の関係式が得られます。

$$\frac{V_1}{V_2} = \exp(j\beta\ell) \quad (3.45)$$

3.1.3 損失のある伝送線路

実際の伝送線路は、導体の導伝率が有限であること、導体を囲む媒質による誘電体損失によって損失が生じます。ここではそれらの損失について述べています。

小損失伝送路

通常の伝送路の場合、その損失は非常に小さい場合が多い。そこで小損失の場合についての関係式も有用です。小損失とは次の条件が成り立つ場合のことです。

$$R \ll \omega L \quad , \quad G \ll \omega C \quad (3.46)$$

この条件が成り立つときの伝搬定数は、

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{2}\sqrt{LC} \left(\frac{R}{C} + \frac{G}{C} \right) + j\omega\sqrt{LC} \quad (3.47)$$

TEM 波は今までの結果から電圧波、電流波を電磁界によって一義的に求められることが分かりました。さらに TEM 波は伝送していく方向と垂直な平面において静電界と全く同様に扱うことが出来ることが分かりました。これらの結果から、TEM 波は静電界の場合と同じように、ある集中定数を用いて表現することが可能になります。

磁界中のエネルギーの蓄積を単位長あたりの直列インダクタンス、電界中のエネルギーの蓄積を単位長あたりの並列容量、導体中の電力損失を単位長あたりの直列抵抗、誘電体中の電力損失を単位長あたりの並列コンダ

クタンスとして表現します。これらの定義を式で表現しますと、次のようになります。

$$L = \frac{\mu}{I_0 I_0^*} \int_S \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* dS = \sqrt{\mu_0 \varepsilon'} \times Z_C \quad (3.48)$$

$$C = \frac{\varepsilon'}{V_0 V_0^*} \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dS = \frac{\sqrt{\mu \varepsilon'}}{Z_C} \quad (3.49)$$

$$R = \frac{R_m}{I_0 I_0^*} \int_{S_1 \& S_2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* dl \quad (3.50)$$

$$G = \frac{\omega \varepsilon''}{V_0 V_0^*} \int \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dS = \frac{\omega \varepsilon'' C}{\varepsilon'} \quad (3.51)$$

ここで I_0 : 伝送線路上の全電流

V_0 : ポテンシャル差

$$R_m = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}}$$

σ : 導伝率

$$\varepsilon = \varepsilon' + j \varepsilon''$$

* : 複素共役であることを示す

伝送線路の抵抗と容量のみが存在する場合

このような状態は、周波数が比較的低いときの IC 上のアルミ配線などで現れます。

$L = G = 0$ の場合について考えます。このとき伝搬定数は、正の値だけを考えますと

$$\gamma = \sqrt{j \omega RC} = \frac{(1+j) \omega RC}{\sqrt{2}} \quad (3.52)$$

特性インピーダンスは、

$$Z_C = \sqrt{\frac{R}{j \omega C}} = \frac{(j-1)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R}{\omega C}} \quad (3.53)$$

このとき位置 x での電圧・電流の式は、次のようになります。

$$v = \left\{ V^+ \exp\left[-\frac{(1+j)\omega RC}{\sqrt{2}}x\right] + V^- \exp\left[\frac{(1+j)\omega RC}{\sqrt{2}}x\right] \right\} \exp(j\omega t) \quad (3.54)$$

$$i = \frac{(1+j)\omega RC}{\sqrt{2}R} \left\{ V^+ \exp\left[-\frac{(1+j)\omega RC}{\sqrt{2}}x\right] + V^- \exp\left[\frac{(1+j)\omega RC}{\sqrt{2}}x\right] \right\} \exp(j\omega t) \quad (3.55)$$

V^+ , V^- は、各々終端条件によって求められます。

3.2 多重反射

信号が終端で反射されたとき、入力信号側および終端側のインピーダンスが共に伝送線路のインピーダンスとマッチングしていない場合には、何度も反射されるいわゆる多重反射が起こります。このとき信号源を E 、信号源および終端の抵抗を R_0 , R_ℓ 、電圧および電流を $V(\ell)$, $I(\ell)$ とします。ここで ℓ は、伝送線路の長さを示しています。次の式が成立します。

$$V(0) = E - I(0)R_0 \quad (3.56)$$

$$V(\ell) = I(\ell)R_\ell \quad (3.57)$$

このとき任意の点での波形は、次の式で与えられます。

$$V(x) = \frac{E}{2} \frac{1 - \Gamma_0 \exp(-\gamma x) + \Gamma_\ell \exp[-\gamma(2\ell - x)]}{1 - \Gamma_0 \Gamma_\ell \exp(-\gamma\ell)} \quad (3.58)$$

この式から終端での電圧波形は、 $x = \ell$ として次のようになります。

$$V(\ell) = \frac{E}{2} \frac{1 - \Gamma_0}{1 - \Gamma_0 \Gamma_\ell} \frac{(1 + \Gamma_\ell) \exp(-\gamma\ell)}{\exp(-\gamma\ell)} \quad (3.59)$$

通常の伝送線路においては、次の条件が成立します。

$$1 \gg \Gamma_0 \Gamma_\ell \exp(-\gamma\ell) \quad (3.60)$$

このような条件が成立するとき、(3.58) 式は、次のように変形できます。

$$\begin{aligned} V(\ell) &\cong \frac{E}{2} \frac{1-\Gamma_0}{2} [(1+\Gamma_\ell) \exp(-\gamma\ell)] [1+\Gamma_0\Gamma_\ell \exp(-\gamma\ell)] \\ &\cong \frac{E}{2} \frac{1-\Gamma_0}{2} (1+\Gamma_\ell) \exp(-\gamma\ell) \end{aligned} \quad (3.61)$$

この式の一番最後は、最も簡単にした式となっています。 $\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$ ですので、パルス信号が入った場合には、パルスの各周波数成分に対して重ね合わせた信号が得られることになります。この式の展開は、かなり複雑になります。

重ね合わされた波形を簡単に見積もる方法は、SPICE を使って計算させる方法です。計算によってパルスが入ったとき入出力インピーダンスと伝送線路の特性インピーダンスの大小関係により、観測されるようにリングングが発生したり漸近的に最終値に近づいたりすることが分かります。

シミュレーション結果の詳細については、省略します。

3.3 ストリップ線路

ストリップ線路の考え方は、基板を考える場合において重要です。その理由は、基板における配線は、ストリップ線路によく似ているばかりでなく、積極的にストリップ線路を使うこともあるからです。

3.3.1 無損失ストリップ線路

様々な伝送線路がありますが、ここでは特にストリップ線路について考えます。その中で無損失のストリップ線路を考えます。今までの結果から改めて関連する方程式を書きますと

伝播定数：

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (3.62)$$

特性インピーダンス：

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.63)$$

誘電率、透磁率との関係：

$$LC = \epsilon\mu \quad (3.64)$$

また信号が伝送される速度は、電磁気学と (3.64) 式から

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.65)$$

よって (3.63) 式は、次のように書き換えることも出来ます。

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = v_p L = \frac{1}{v_p C} \quad (3.66)$$

ストリップ線路は誘電体の支持材料で支えられていますが、このストリップ線路が金属部分だけ真空中に置かれている場合を考えます。このときのス

トリップ線路の容量を C_0 として、その特性インピーダンスは

$$Z_{0C} = \sqrt{\frac{L}{C_0}} = cL = \frac{1}{cC_0} \quad (3.67)$$

ここで

$$C = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$$

c : 真空中の光の速度

(3.66)(3.67) 式から次の結果が得られます。

$$Z_C = \frac{1}{c\sqrt{CC_0}} \quad (3.68)$$

この式から無損失の伝送線路は、誘電体がある場合の容量値と、誘電体が無い場合の容量値を求め、真空中の光の速さを用いて計算することが出来ます。

(3.66) 式の右辺の二つの式から

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \quad (3.69)$$

が得られます。この式と (3.65) 式とから

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 \quad (3.70)$$

が得られますが、左辺の容量比は有効誘電率 ϵ_{eff} と呼ばれ、マイクロストリップ線路を検討する中で役に立つパラメータです。この有効誘電率 ϵ_{eff} を用いて特性インピーダンスを表現することが出来、その式は次のようになります。

$$Z_C = \frac{Z_{0C}}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.71)$$

真空中の光の速度は $c = f\lambda_0$ 、一方マイクロストリップ線路での信号の伝送速度には $v_p = f\lambda_0$ の関係がありますので、(3.70) 式を用いて、次の関係

が存在します。

$$\lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.72)$$

この有効誘電率 ϵ_{eff} は、マイクロストリップ線路の幾何学的極限の場合には、簡単に近似値が得られます。マイクロストリップ線路の幅が極端に大きい場合には、誘電体を挟んだ単なる容量と考えられますので、誘電体の持っている相対誘電率を ϵ_r としますと

$$\epsilon_{eff} \rightarrow \epsilon_r \quad (\text{線路の幅 } w \rightarrow \infty) \quad (3.73)$$

逆に幅が極端に小さくなった場合には、誘電体と空気とが半分半分になり、空気の誘電率はほぼ 1 ですので近似的に次の式が得られます。

$$\epsilon_{eff} \rightarrow \frac{\epsilon_r + 1}{2} \quad (3.74)$$

よって (3.622)(3.74) 式より、次の不等式が得られます。

$$\frac{\epsilon_r + 1}{2} \leq \epsilon_{eff} \leq \epsilon_r \quad (3.75)$$

ここで次式で定義される充填係数を導入します。

$$q = \frac{\epsilon_{eff} - 1}{\epsilon_r - 1} \quad (3.76)$$

この値は (3.75) 式から、次の不等式を満足する必要があります。

$$\frac{1}{2} \leq q \leq 1 \quad (3.77)$$

この充填係数の応用については、次の資料 ([?]) を参考にして下さい。

パルス信号が伝送路を伝わっていくとき、単位時間当たりの遅れ時間は、次のように与えられます。

$$\tau_d = \frac{1}{v_p} = \frac{\sqrt{\epsilon_{eff}}}{c} \quad (3.78)$$

例えばシリコンが誘電体として用いられ、その上は真空であるとしみますと

$$6.5 \leq \epsilon_{eff} \leq 12 \quad (3.79)$$

ですので、遅れ時間は

$$\frac{\sqrt{6.5}}{3 \times 10^8} \cong 8.498 \times 10^{-9} \leq \tau_d \leq \frac{\sqrt{12}}{3 \times 10^8} \cong 11.55 \times 10^{-9} \text{ [sec/m]} \quad (3.80)$$

と求められ、約 10 [nsec/m] の遅れ、mm で考えますと約 10 [psec/mm] となります。実際の IC の場合には、シリコンの上は真空ではありませんので、遅れはもっと大きくなります。

高周波の影響

周波数が高くなっていくにつれ、有効誘電率は徐々に上昇することが分かっています。周波数が低い場合には低周波での有効誘電率に近づき、周波数が高い場合の極限では基盤の誘電率に近づきます。式で示しますと

$$\epsilon_{eff}(f) \rightarrow \epsilon_{eff} \quad (\text{周波数 } f \rightarrow 0) \quad (3.81)$$

$$\epsilon_{eff}(f) \rightarrow \epsilon_r \quad (\text{周波数 } f \rightarrow \infty) \quad (3.82)$$

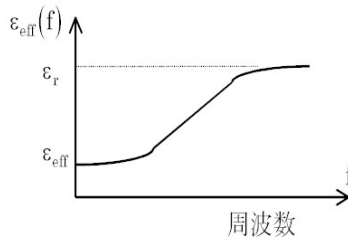


図 3.2 有効誘電率

この周波数に依存する有効誘電率を用いて、波長は次のように表現することができます。

$$\lambda_p = \frac{c}{f \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.83)$$

これらの周波数に関する分散の問題は、次の文献を参照して下さい。

[?] [?] [?] [?]

3.4 ストリップ線路の結合

ここではストリップ線路の結合について考えます。

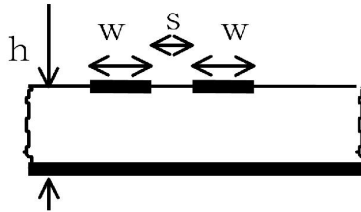


図 3.3 ストリップ線路

この図 3.3 のように二つの伝送線路が存在する場合には、伝送波に対して TEM 波であろうとその他のモードの波であろうと二つのモードが現れます。その一つは偶数モードと呼ばれ、もう一つは奇数モードと呼ばれています。この二つのモードでは、特性インピーダンスは別々に考えなければなりません。また信号の伝送速度も違うのですが、TEMモードの場合には伝送速度は同じになります。

この二つのモードに対する電場および磁場は、次の図 3.4 のようになります。ここでの解析は、TEM波を中心に解析を行っています。また伝送線路の厚みは無視しています。



図 3.4 モード

これらのモード毎に別々の特性インピーダンスが定義されなければなりません。それらの特性インピーダンスを、次のように定めます。

Z_{CE} : 偶数モード特性インピーダンス

Z_{CO} : 奇数モード特性インピーダンス

さらに結合伝送路を扱うに当たって、次のような定義を用います。

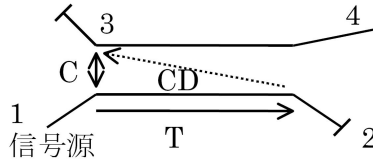


図 3.5 結合線路

$$C = V_3/V_1: \text{結合係数} \quad (3.84)$$

$$T = V_2/V_1: \text{伝送係数} \quad (3.85)$$

$$D = V_4/V_3: \text{方向係数} \quad (3.86)$$

$$I = V_4/V_1: \text{分離係数} \quad (3.87)$$

偶数モード、奇数モードに対して、結合伝送線路の特性インピーダンスと同じ負荷を接続した図 3.6 を次に示します。

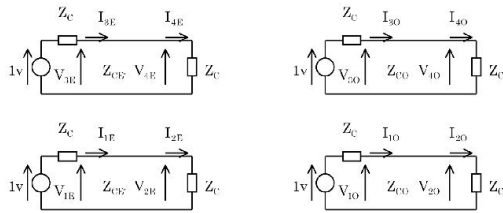


図 3.6 結合モード

全電圧は、偶数モードと奇数モードの和で表すことができます。

$$V_1 = V_{1E} + V_{1O} \tag{3.88}$$

$$V_2 = V_{2E} + V_{2O} \tag{3.89}$$

$$V_3 = V_{3E} - V_{3O} \tag{3.90}$$

$$V_4 = V_{4E} - V_{4O} \tag{3.91}$$

弱い結合 ($20 \log C \leq 10$)

損失が無いとき、さらに二つの伝送線路の間の結合が弱いとき、電気長 $\theta = \beta l$ は偶数モード、奇数モードの場合で同じ値を持つとしても問題ありません。電圧と電流の間には、次の関係があります。

$$\begin{pmatrix} V_{1E} \\ I_{1E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & jZ_{CE} \sin \theta \\ jY_{CE} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{2E} \\ I_{2E} \end{pmatrix} \tag{3.92}$$

$$\begin{pmatrix} V_{1O} \\ I_{1O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & jZ_{CO} \sin \theta \\ jY_{CO} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{2O} \\ I_{2O} \end{pmatrix} \tag{3.93}$$

これらの式と、次の関係式から解が求められます。

$$VV_{2E} = Z_C I_{2E} \quad V_{2O} = Z_C I_{2O} \quad V_{1E} + I_{1E} Z_C = 1 \quad V_{1O} Z_C = 1 \tag{3.94}$$

その解は、次の式となります。

$$\begin{aligned} V_{1E} &= \frac{Z_{CE}Z_C \cos \theta + jZ_{CE}^2 \sin \theta}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \\ I_{1E} &= \frac{Z_{CE} \cos \theta + jZ_C^2 \sin \theta}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\begin{aligned} V_{2E} &= \frac{Z_{CE}Z_C}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \\ I_{2E} &= \frac{Z_{CE}}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$\begin{aligned} V_{1O} &= \frac{Z_{CO}Z_C \cos \theta + jZ_C^2 \sin \theta}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \\ I_{1O} &= \frac{Z_{CO} \cos \theta + jZ_C \sin \theta}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned} V_{2O} &= \frac{Z_{CO}Z_C}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \\ I_{2O} &= \frac{Z_{CO}}{2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta} \end{aligned} \quad (3.98)$$

入力インピーダンスは、整合が取れていますので

$$\begin{aligned} Z_{in} = Z_C &= \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_{1E} + V_{1O}}{I_{1E} + I_{1O}} \\ &= \frac{Z_C(Z_{CO}D_E + Z_{CE}D_O) \cos \theta + j(Z_{CO}^2D_E + Z_{CE}^2D_O) \sin \theta}{(Z_{CO}D_E + Z_{CE}D_O) \cos \theta + jZ_C(D_E + D_O) \sin \theta} \end{aligned} \quad (3.99)$$

ここで

$$D_E = 2Z_{CE}Z_C \cos \theta + j(Z_{CE}^2 + Z_C^2) \sin \theta \quad (3.100)$$

$$D_O = 2Z_{CO}Z_C \cos \theta + j(Z_{CO}^2 + Z_C^2) \sin \theta \quad (3.101)$$

(3.99)(3.100)(3.101) 式から、次の関係が得られます。

$$Z_C^2 = Z_{CE}Z_{CO} \quad (3.102)$$

この関係式を用いて (3.95)(3.96) (3.97)(3.98) 式と (3.88)(3.89) (3.90)(3.91) 式とから、次の結果が得られます。

$$V_1 = 1, I_1 = \frac{1}{Z_C} \quad (3.103)$$

$$V_2 = \frac{2Z_C}{2Z_C \cos \theta + j(Z_{CE} + Z_{CO}) \sin \theta}$$

$$I_2 = \frac{2}{2Z_C \cos \theta + j(Z_{CE} + Z_{CO}) \sin \theta} \quad (3.104)$$

$$V_3 = \frac{j(Z_{CE} - Z_{CO}) \sin \theta}{2Z_C \cos \theta + j(Z_{CE} + Z_{CO}) \sin \theta}$$

$$I_2 = \frac{jY_C(Z_{CO} - Z_{CE})}{2Z_C \cos \theta + j(Z_{CE} + Z_{CO}) \sin \theta} \quad (3.105)$$

$$V_4 = 0, I_4 = 0 \quad (3.106)$$

結合係数 C は、次の形で与えられます。

$$C = \frac{Z_{CE} - Z_{CO}}{Z_{CE} + Z_{CO}} \quad (3.107)$$

この結合係数を用いますと、(3.103) から (3.106) 式までの電圧は、次のように簡単な表現になります。

$$V_1 = 1, V_2 = \frac{\sqrt{1-C^2}}{\sqrt{1-C^2} \cos \theta + j \sin \theta} \quad (3.108)$$

$$V_3 = \frac{jC \sin \theta}{\sqrt{1-C^2} \cos \theta + j \sin \theta}, V_4 = 0$$

結合が一番強くなるのは、 $\theta = \pi/2$ のとき、結合部分が $\lambda_p/4$ のときで、このとき (3.108) 式は

$$V_1 = 1, V_2 = -j\sqrt{1-C^2}, V_3 = C, V_4 = 0 \quad (3.109)$$

です。

次に有効誘電率との関係を見てみます。結合伝送線路の場合についても同様に有効誘電率を、次のように定義します。

$$\epsilon_{eff} = \frac{C}{C_1} \quad (3.110)$$

ここで C : 一つの線路の、誘電体があるときの容量 C_1 : 一つの線路の、誘電体が無いときの容量

そうすると信号の伝送速度は、次のようになる。

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.111)$$

ここで

c : 真空中の光の速度

さらに特性インピーダンス Z_C 、偶数モード特性インピーダンス Z_{CE} 、奇数モード特性インピーダンス Z_{CO} は、偶数モードの有効誘電率 ϵ_{effE} 、奇数モードの有効誘電率 ϵ_{effO} を用いて、各々次のようになります。

$$Z_C = \frac{1}{v_p C} = \frac{1}{c C_1 \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.112)$$

$$Z_{CE} = \frac{1}{c C_{1E} \sqrt{\epsilon_{effE}}} \quad (3.113)$$

$$Z_{CO} = \frac{1}{c C_{1O} \sqrt{\epsilon_{effO}}} \quad (3.114)$$

次に具体的に容量を求める式について述べます。これらの式は、次の条件が成立するとき 3 [%] 以内の精度で成立します。

$$0.2 \leq \frac{w}{h} \leq 2, \quad 0.05 \leq \frac{s}{h} \leq 2, \quad \epsilon_r \geq 1$$

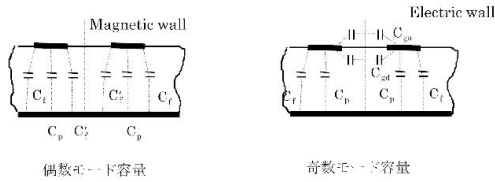


図 3.7 モード容量

各々のモードに対する全容量は、次のように与えられます。

$$C_E = C_p + C_f + C'_f \tag{3.115}$$

$$C_O = C_p + C_f + C_{gs} + C_{gd} \tag{3.116}$$

ここの容量に対する式は

$$C_p = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{w}{h} \tag{3.117}$$

$$C_f = \frac{\sqrt{\epsilon_{eff}}}{2cZ_C} - \frac{C_p}{2} \tag{3.118}$$

この fringing 容量式の中の有効誘電率と特性インピーダンスは、一つの線路での有効誘電率と特性インピーダンスです。

$$C'_f = \frac{C_f}{1 + (Ah/s) \tanh(8s/h)} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{eff}}} \tag{3.119}$$

ここで

$$A = \exp[-0.1 \exp(2.33 - 2.53 \frac{w}{h})] \tag{3.120}$$

$$C_{ga} = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)} \tag{3.121}$$

ここで

$$\frac{K(k')}{K(k)} = \frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right) \quad 0 \leq k^2 \leq 0.5 \text{ の場合} \quad (3.122)$$

$$\frac{K(k')}{K(k)} = \frac{\pi}{\ln[2(1 + \sqrt{k})(1 - \sqrt{k})]} \quad 0.5 \leq k^2 \leq 1 \text{ の場合} \quad (3.123)$$

$$k = \frac{s/h}{s/h + 2w/h} \quad (3.124)$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (3.125)$$

$$C_{gc} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \left[\coth \left(\frac{\pi s}{4h} \right) + 0.65 C_r \left(\frac{0.02}{s/h} \sqrt{\epsilon_r} + \frac{1}{\epsilon_r^2} \right) \right] \quad (3.126)$$

強い結合 ($20 \log C \geq 10$)

二つの伝送線路の結合が大きい場合（結合が 10dB 以上）には、偶数モードの電気長と奇数モードの電気長とは分けて考えなければならず、電圧と電流の関係は (3.88)(3.89) 式と (3.92)(3.93) 式から、次のように与えられます。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_E + \sin \theta_O & j(Z_{CE} \sin \theta_E + Z_{CO} \sin \theta_O) \\ j(Y_{CE} \sin \theta_E + Y_{CO} \sin \theta_O) & \cos \theta_E + \cos \theta_O \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (3.127)$$

この式から整合している場合 ($Z_C = V_1/I_1 = V_2/I_2$) には、(3.115) 式の虚数部分から次の式が得られます。

$$\frac{Z_{CE}}{Z_C} \sin \theta_E + \frac{Z_{CO}}{Z_C} = \frac{Z_C}{Z_{CE}} \sin \theta_E + \frac{Z_C}{Z_{CO} \sin \theta_O}$$

これから、次の結論が得られます。

$$Z_C^2 = Z_{CE} Z_{CO} \frac{Z_{CE} \sin \theta_E + Z_{CO} \sin \theta_O}{Z_{CE} \sin \theta_O + Z_{CO} \sin \theta_E} \quad (3.128)$$

クロストーク

ここでは Yang & Brews によって与えられた、クロストークに関する式を与えます。クロストークを考えるための図を、次のようにします。

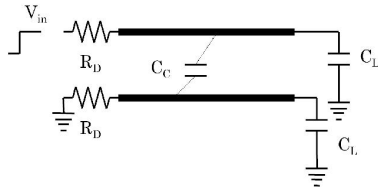


図 3.8 相互干渉

ここで

R_D : CMOS ドライバの出力抵抗

C_L : CMOS 入力容量

C_C : 結合容量

Yang & Brews による、均一な伝送線路による終端でのクロストークは、CMOS ドライバの出力抵抗及び入力容量が小さいとした場合、次の式で与えられます。

$$V_f = c_c \frac{2r_D}{(1+r_D)^2} V_{in} \quad (3.129)$$

ここで

$$r_D = \frac{R_D}{Z_C} \quad (3.130)$$

$$c_c = -\frac{C_C}{C} \quad (3.131)$$

Z_C : 特性インピーダンス

C : 伝送線路の容量

この (3.129) 式は時間 $t_p \leq t \leq 3t_p$ の間において最大のクロストークが生じるとして導かれています。ここで $t_p = l \times \sqrt{LC}$ は、無損失線路での信号の伝送遅れ時間です。次の図に SPICE シミュレーションの結果を示します

が、(3.129) 式は負荷容量の値が小さい場合には非常に良い一致を示しています。

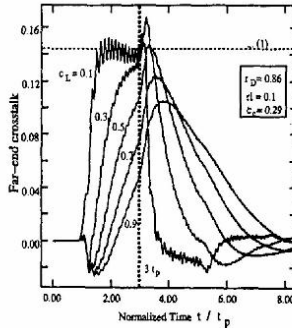


Fig. 2. SPICE II-section simulation results: Far-end response for different c_L 's with $r_D = 0.86$, $r_l = 0.1$, and $c_c = 0.29$. The horizontal dashed line at 14.4% maximum crosstalk corresponds to (1). According to (4), the maximum crosstalk evaluation by (1) is valid for $c_L \leq 0.33$.

図 3.9 SPICE1

しかし負荷容量の値が大きくなりますと、最大のクロストークを示す点が $3t_p$ を越えています。また負荷容量が小さいときに $3t_p$ の直後に幅の狭いスパイクが生じています。このスパイクは反射波によって生じており、負荷容量が大きくなると消えてしまいます。またスパイクの幅は非常に狭いため、これによって回路スイッチが反転することは余りありません。しかし負荷容量が大きくなるとスパイクの幅が広がり、やがて回路スイッチが反転するようになってきます。この負荷容量が大きくなって (3.129) 式が適用できなくなる限界は、改良された Elmore の遅延時間を考えることによって得ることが出来ます。次式のように伝送遅延時間 τ に対し 63.2 [%] の遅延となります。

$$\frac{\tau}{t_p} = \frac{1}{\sqrt{1-c_c^2}} \left[\left(\frac{1}{2} + c_L \right) r_l + (1 + c_L) r_b \right] \quad (3.132)$$

ここで

$$c_L = \frac{C_L}{IC} \quad (3.133)$$

$$rl = \frac{RI}{Z_C} \quad (3.134)$$

負荷容量に電荷が蓄積される時間変化は、近似的に次のように表されます。

$$Q(t) = Q_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (3.135)$$

この電荷が 90 [%] まで蓄積される時間を $\tau_{0.9}$ としますと、(3.135) 式から

$$0.9 \times Q_0 = A_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_{0.9}}{\tau}\right) \right] \quad (3.136)$$

この式から

$$\tau_{0.9} = [-\ln(0.1)]\tau \quad (3.137)$$

(3.132) 式を用いますと

$$\tau_{0.9} = \frac{2.3}{\sqrt{1-c_c^2}} \left[\left(\frac{1}{2} + c_l \right) rl + (1+c_L)r_D \right] t_p \quad (3.138)$$

この値が $\tau_{0.9} \leq 3t_p$ を満足していれば (3.132) 式は、適用可能です。この条件は (3.138) 式から次のように変形することが出来ます。

$$c_L = \frac{1}{rl+r_D} \left(1.3\sqrt{1-c_c^2} - \frac{rl}{2} - r_D \right) \quad (3.139)$$

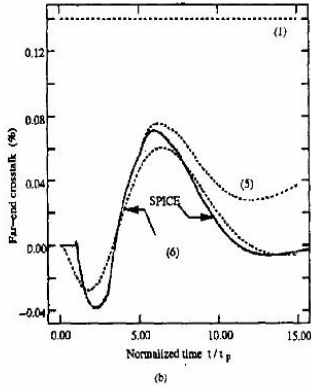


Fig. 3. Crosstalk comparison between the simple approach (1), the low-loss approximation (5), the low-frequency approximation (6), and SPICE simulation with (a) $r_I = 0.3$, $r_C = 0.1$, $c_L = 0.29$, and $r_D = 0.72$, and (b) $r_I = 0.1$, $c_L = 2$, $c_C = 0.29$, and $r_D = 0.66$. Approximated results are shown in dash lines while the SPICE results are in solid lines.

図 3.11 SPICE 結果 3

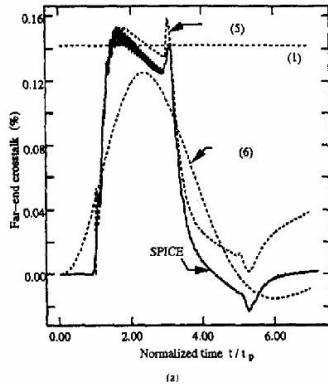


図 3.10 SPICE 結果 2

上の図 3.10 のような条件の場合には $c_L \leq 0.35$ と求められ、図 3.11 の結

果も良く一致しています。しかし Elmore の理論は、リングングがある場合には適用することが出来ません。よって (3.139) 式はリングングがある場合には使うことが出来ません。この問題については、次の文献を参照して下さい。[?]

(3.129) 式はクロストークの最大値を与え、限界を示すということで有効ではありますが、(3.139) 式を超えるような条件の下では、必要以上の余裕をレイアウト設計に対して与えてしまいます。そこで次の二つの別の見積もりについて考えます。一つはクロストークに対する低損失または高周波近似、もう一つはクロストークの低周波近似です。

クロストークの低損失または高周波近似

次の式に示すように、偶数モードと奇数モードのパラメータを導入します。

$$Z_{CE} = \sqrt{\frac{L+L_C}{C+C_C}} \quad Z_{CO} = \sqrt{\frac{L-L_C}{C-C_C}} \quad (3.140)$$

$$r'_D = \frac{R_D}{Z_{CE}} \quad r'_D = \frac{R_D}{Z_{CO}} \quad (3.141)$$

$$r'_1 = \frac{Rl}{Z_{CE}} \quad r'_1 = \frac{Rl}{Z_{CO}} \quad (3.142)$$

$$c'_L = \frac{C_L}{l(C+C_C)} \quad (3.143)$$

$$t'_p = l\sqrt{(L\pm L_C)(C\pm C_C)} \quad (3.144)$$

奇数モードの式は、偶数モードの式で単に対応する記号を代入することによって得られますので、ここでは偶数モードの式のみを記述しておきます。

低損失あるいは高周波では、伝播定数と線路長の積は次のように簡略化することが出来ます。

$$\begin{aligned} \gamma_p^+ l &= l\sqrt{[R + j\omega(L+L_C)]j\omega(C+C_C)} \\ &= \frac{r_1^+}{2} + j\omega t_p^+ \end{aligned} \quad (3.145)$$

同じような近似度で、インピーダンスは次のように与えられます。

$$\begin{aligned} Z^+ &= \sqrt{\frac{R + j\omega(L + L_C)}{j\omega(C + C_C)}} \\ &= Z_{CE} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r_1^+}{j\omega t_p^+} \right) \end{aligned} \quad (3.146)$$

また偶数モードの伝達関数は、次のように与えられます。

$$\begin{aligned} H^+(S, l) &= 2a \Sigma \left\{ \frac{(1 - r_D^+)^n}{(1 + r_D^+)^{n+1}} \frac{(s + b)(s + b_s)^n}{(s + b_a)^{n+1}} \right. \\ &\quad \left. \times \frac{(s - a + b)^n}{(s + a + b)^{n+1}} \exp\left[-\frac{(2n + 1)r_1^+}{2} - st_{pn}\right] \right\} \end{aligned} \quad (3.147)$$

ただし

$$a = \frac{1}{t_p^+ c_L^+} \quad b = \frac{r_1^+}{2t_p^+} \quad b_a = \frac{b}{1 + r_D^+} \quad (3.148)$$

$$b_s = \frac{b}{1 - r_D^+} \quad s = j\omega \quad t_{pn} = (2n + 1)t_p^+$$

この式から単位ステップ入力に対する時間応答は、次のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{V_E(t)}{V_{in}} &= 2a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1 - \tau_D^+)^n}{(1 + \tau_D^+)^{n+1}} \times \\ &\exp\left[-\frac{(2n + 1)\tau_1^+}{2}\right] \sum_{i, j=0}^n (-1)^{2n-i-j} \frac{(n!)^2 (b_a - b_s)^{n-1} (2a)^{n-1}}{[(n-i)! (n-j)!]^2 i! j!} \times \\ &\quad \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-i)! (-1)^k}{(n-i-k)! k!} \times \\ &\left\{ \exp[-b_a(t - t_{pn})] (t - t_{pn})^{n-i-k} S_{n+k-j}(a + b - b_a, t - t_{pn}) \right. \\ &\quad \left. + b [S_{n-i-k}(b_a, t - t_{pn}) \frac{(n+k-j)!}{(a+b-b_a)^{n-k-j+1}} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=0}^{n+k-j} \frac{\Pi_{p=0}^{l-1} (n+k-j-p)}{(a+b-b_a)^{l+1}} S_{2n-i-j-1}(a+b, t - t_{pn}) \right\} \end{aligned} \quad (3.149)$$

ここで

$$S_n(a, t-t_0) = \begin{cases} \frac{n!}{a_{a+1}} - \exp[-a(t-t_0)] \sum_{m=0}^n \frac{\Pi_{p=0}^{m-1} (n-p)(t-t_0)^{n-m}}{a^{m+1}} & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

これらの式から、クロストークは次のように与えられます。

$$V_f = \frac{V_E - V_O}{2} \quad (3.150)$$

クロストークの低周波近似

これらの近似式は、次の文献によります。[?]

$$V_f = \frac{V_D}{2} \left[\frac{\exp(-\zeta^- \omega^- t)}{\sqrt{1-(\zeta^-)^2}} \sin(\omega^- t \sqrt{1-(\zeta^-)^2} + \theta^-) - \frac{\exp(-\zeta^+ \omega^+ t)}{\sqrt{1-(\zeta^+)^2}} \sin(\omega^+ t \sqrt{1-(\zeta^+)^2} + \theta^+) \right] \quad (3.151)$$

ただし

$$\zeta^+ = \frac{\omega^+ \tau_d^+}{2}, \quad \zeta^- = \frac{\omega^- \tau_d^-}{2} \quad (3.152)$$

$$\theta^- = \frac{l^2 R(C \pm C_C)}{2} + R_D C_L + l R C_L + R_D l(C \pm C_C) \quad (3.153)$$

$$\begin{aligned} \omega^\pm = & \left\{ \frac{(Rl)^2}{6} l^2 (C \pm C_C)^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{C_L}{l(C \pm C_C)} \right] + \right. \\ & l^2 (L + L_C)(C \pm C_C) \left[\frac{1}{2} + \frac{C_L}{l(C + C_C)} \right] + \\ & \left. \frac{Rl}{2} R_D l^2 (C \pm C_C)^2 \left[\frac{1}{3} + \frac{C_L}{l(C \pm C_C)} \right] \right\}^{-1/2} \end{aligned} \quad (3.154)$$

第 4 章

遅延特性

ここでは受動素子（集中定数、分布定数）の遅延時間について述べます。能動素子に関する遅延時間については扱っていません。

4.1 Elmore の理論

受動素子の遅延特性に関する基礎理論である Elmore の理論を述べる前に、理論において用いられる言葉の定義について述べます。

遅延時間 ステップ関数の波形が回路に入力された 時間から回路の出力波形が、最終値の半分の値に達するまでの時間

立ち上がり時間 終値の 10 [%] から 90 [%] までに要する時間を立ち上がり時間

立ち下がり時間 終値の 90 [%] から 10 [%] までに要する時間を立ち下がり時間

Prof.Elmore による遅延時間、立ち上がり時間の定義（上記の定義と多少値はずれますが、大きな差は生じません。ただし出力波形の微分が負の値を持つ場合には、意味がなくなってしまいます）

出力の波形を出力の波形関数 $e(t)$ の時間関数で表現しますと

$$T_D = \int_0^{\infty} t \frac{de(t)}{dt} dt \quad (4.1)$$

ただしこの時出力の最終値は、1 に規格化されているとします。

$$\int_0^{\infty} t \frac{de(t)}{dt} dt = 1 \quad (4.2)$$

立ち上がり時間は、次のように定義しています。

$$T_R^2 = 2\pi \int_0^{\infty} t^2 \frac{de(t)}{dt} dt = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{de(t)}{dt} dt - T_D^2 \quad (4.3)$$

この定義の中の 2π は、次のようにして選ばれています。 n ステージの増幅器の出力波形の微分は、 n が増加するにつれてガウス誤差関数に近づきます。文献 [?]、これから

$$T_R = \frac{1}{e'(t)} \Big|_{max} = (2\pi)^{1/2} \quad \text{radius of gyration of } e'(t) \quad (4.4)$$

この式は単位面積を持つガウス誤差関数の回転体の高さと同半径の関係を示しています。この立ち上がり時間は上記の定義による立ち上がり時間と 10 [%] 以下の誤差しか生じません。これらの新しい遅延時間と立ち上がり時間とは、システム関数と深いつながりがあります。

$$g_2(s) = \int_0^{\infty} \frac{de(t)}{dt} \exp(-st) dt \quad (4.5)$$

次に $\exp(-st)$ を展開しますと

$$g_2(s) = 1 - s \int_0^{\infty} t \frac{de(t)}{dt} dt + \frac{s^2}{2!} \int_0^{\infty} t^2 \frac{de(t)}{dt} dt \quad (4.6)$$

この式から分かりますように第2項、第3項は、新しく定義した遅延時間、立ち上がり時間を示してしています。

$$g_2(s) = \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m} \quad (4.7)$$

です、この式を展開しますと

$$T_D = b_1 - a_1 \quad (4.8)$$

$$\frac{T_R^2}{2\pi} = b_1^2 - a_1^2 + 2(a_2 - b_2)delay - 9 \quad (4.9)$$

<具体例> L, R, C から構成されている LC 並列共振回路 を考えます。簡単のために C, R の値を 1 としますとこの回路のインピーダンスは

$$g_2(s) = \frac{1 + sL}{1 + s + s^2L} \quad (4.10)$$

(4.7)(4.8) 式から (出力波形がリングングを含まないとし、上式の極は虚数部分を持ちませんので $L \leq 1/4$ が成立しなければなりません)

$$T_D = 1 - L \quad (4.11)$$

$$T_R = [2\pi(1 - 2L - L^2)]^{1/2} \quad (4.12)$$

と与えられます。 $L = 0$ のとき

$$T_D = 1 \quad , \quad T_R = (2\pi)^{1/2} = 2.51 \quad (4.13)$$

$L = 1/4$ のとき

$$T_D = \frac{3}{4}, \quad T_R = (2\pi)^{1/2} \left(\frac{7}{16}\right)^{1/2} = 1.66 \quad (4.14)$$

この例から分かりますように、インダクタンスが存在する方が遅延時間、立ち上がり時間ともに改善されます。そこで次のような rise-time figure-of-merit: S を定めます。

$$S = \frac{\text{抵抗結合の時の立ち上がり時間}}{R, C \text{ が同じで改善された立ち上がり時間}} \quad (4.15)$$

(4.12)(4.14) 式の場合

$$\left(\frac{16}{7}\right)^{1/2} \quad (4.16)$$

です。

4.2 密度関数

ここで取り扱う密度関数の議論は、Vladimir Szekely によって導入された、新しい関数です。この新しく導入された関数を用いることにより、別の新しい分野が開けてくると思われます。

ここで取り扱っているのは、RC 素子についての議論に限定しています。RC 関数の入力インピーダンス関数は、次の式で与えられます。

$$Z(s) = R_0 \frac{(+s/s_{Z1})(1+1/s_{Z2}) \cdots (1+s/s_{Zn-1})}{(1+s/s_{P1})(1+1/s_{P2}) \cdots (1+s/s_{Pn-1})} \quad (4.17)$$

この式は、次のように書き換えることができます。

$$Z(s) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{1+s/s_{P_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{1+s\tau_i} \quad (4.18)$$

ここで

$$\tau_i = \frac{1}{s_{P_i}} : \text{時定数}$$

この (4.18) 式は、単位ステップ関数が入った場合の時間応答においては、次のように書くことができます。

$$f(t) = \sum_{i=1}^n R_i \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_i}\right) \right] \quad (4.19)$$

分布定数回路の場合には、有理型関数ではありませんが、同様に定義することが出来ます。均一な RC 分布定数で終端が短絡されている線路を考えます。このときの入力インピーダンスは、次の式で与えられます。

$$Z(s) = \frac{1}{\sqrt{sK_0}} \tanh(R_0 \sqrt{sL_0}) \quad (4.20)$$

この関数は負の実軸上に無限個の極点及びゼロ点を持っています。極点

及びゼロ点を示す周波数は、次式で与えられます。

$$s_n = n^2 \frac{\pi^2}{4R_0^2 K_0} \quad (4.21)$$

ここで

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

偶数の場合は、ゼロ点、奇数の場合は極点となります。

これから次の関係が得られる。

$$\tau_n = R_0^2 K_0 \frac{4}{\pi^2 n^2} \quad (4.22)$$

$$R_n = R_0 \frac{8}{\pi^2 n^2} \quad (4.23)$$

ただし

$$n = 1, 3, 5, \dots$$

しかし無限に延びた線路の場合には、次に示す式から分かりますように、その入力インピーダンスでは明確に区別できるような極点及びゼロ点は存在しません。

$$Z(s) = \sqrt{\frac{r}{sc}} \quad (4.24)$$

この点については、これから示す新しい定義を導入することによって解決することが出来ます。

4.2.1 時定数の一般化

今までの説明から分かるように、伝達関数は、時定数とその伝達関数の大きさによっても一意に表現することが出来ます。そこでこの時定数を更に一般化することを考えます。次のように、時間と時定数の対数を考えます。

$$z = \ln(t) \quad (4.25)$$

$$\zeta = \ln(\tau) \quad (4.26)$$

ここで、次のような時定数密度関数を定義します。

$$R(\zeta) = \lim_{\Delta\zeta \rightarrow 0} \frac{\text{sum of magnitudes between } \zeta \text{ and } \zeta + \Delta\zeta}{\Delta\zeta} \quad (4.27)$$

この定義式を用いて (4.19) 式の単位ステップに対する応答特性は、連続に分布している場合次のように書くことができます。

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-t}{\exp(\zeta)} \right] \right\} d\zeta \quad (4.28)$$

(4.25) 式の対数で表現した時間を用いると、(4.28) 式は次のように書き換えることができます。

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) \{ 1 - \exp[-\exp(z - \zeta)] \} d\zeta \quad (4.29)$$

この式の z について微分した式はコンボリューションを用いて、次式のように表現することができます。

$$\frac{d}{dz} f(z) = R(z) \otimes W(z) \quad (4.30)$$

ここで

$$W(z) = \exp[z - \exp(z)] \quad (4.31)$$

ここで関数は重み関数であり、次の関係式があります。

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(z) dz = 1 \quad (4.32)$$

さらに次の関係式が存在します。

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(z) dz = f(1 \rightarrow \infty) = R_0 \quad (4.33)$$

ここで R_0 は、周波数ゼロのときのインピーダンスです。(4.31) 式から時間領域の応答を用いて時定数密度関数を求めることができます。

4.2.2 極ゼロ表現の一般化

まず始めに負の実軸上の座標に対して、次のように定義される対数による座標を導入します。

$$\Sigma = \ln(-\sigma) \quad (4.34)$$

この変数を用いて二つの隣接した極点によって定められた領域での距離を δ と置きます。更に極点とその右側に存在するゼロ点までの距離を Δ として、次の式でダイポール密度関数を定義します。

$$I_d(\Sigma) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\delta \Sigma}{\Delta \Sigma} \quad (4.35)$$

この値は、次の式を満足する値を取ります。

$$0 \leq I_d(\Sigma) \leq 1 \quad (4.36)$$

Bode 線図が 10 dB/dec の傾斜を持つときは $I_d(\Sigma) = 0.5$ となり、均一な無限長の RC 線路の場合に起こります。不連続な極点ゼロ点を持つ場合には、この値は 1 と 0 とを取ります。

4.2.3 インピーダンス関数と新しい表現の間関係

始めに、次の関係式が成立することを示します。

$$\ln[Z(S)] = \ln(R_0) - \int_{-\infty}^{\infty} I_d(x) \frac{\exp(S-x)}{1 - \exp(S-x)} dx \quad (4.37)$$

ここで

$$S = \ln(s) \quad (4.38)$$

<証明>

(4.17) 式の両辺の対数を取り、(4.34)(4.38) 式を用いると

$$\ln[Z(S)] = \ln(R_0) + \sum_{i=1}^n \ln \frac{1 + \exp(S - \Sigma_{zi})}{1 + \exp(S - \Sigma_{pi})} \quad (4.39)$$

ここで

$$\Sigma_{zi} = \ln(\sigma_{zi}), \quad \Sigma_{pi} = \ln(\sigma_{pi}) \quad (4.40)$$

この式は $\delta\Sigma$ を用いて、次のように書き換えることが出来ます。

$$\begin{aligned} \ln[Z(S)] &= \ln(R_0) + \sum_{i=1}^n \ln \frac{1 + \exp(S - \Sigma_{pi} - \delta\Sigma)}{1 + \exp(S - \Sigma_{pi})} \\ &= \ln(R_0) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta\Sigma} \ln \frac{1 + \exp(S - \Sigma_{pi} - \delta\Sigma)}{1 + \exp(S - \Sigma_{pi})} \Delta\Sigma \\ &= \ln(R_0) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta\Sigma} \left\{ 1 - \frac{\exp(S - \Sigma_{pi})}{1 + \exp(S - \Sigma_{pi})} [1 - \exp(-\delta\Sigma)] \right\} \\ &= \ln(R_0) - \sum_{i=1}^n \frac{\delta\Sigma}{\Delta\Sigma} \frac{\exp(S - \Sigma_{pi})}{1 + \exp(S - \Sigma_{pi})} \\ &= \ln(R_0) - \sum_{i=1}^n I_d(\Sigma) \frac{\exp(S - \Sigma_{pi})}{1 - \exp(S - \Sigma_{pi})} \end{aligned} \quad (4.41)$$

この式は不連続関数による式ですが、連続関数については和の記号を積分に変えることによって得られます。

$$\ln[Z(S)] = \ln(R_0) - \int_{-\infty}^{\infty} I_d(x) \frac{\exp(S - x)}{1 + \exp(S - x)} \quad (4.42)$$

上の式が成立するためには、次の二つの条件のうちいずれか一つが成立しなければなりません。

1. s は、負の実軸上にあってはならない。
2. もし負の実軸上に存在するならば、この点で $I_d(x) = 0$ である。

次に次式が成立します。

$$I_d(\Sigma) = \frac{1}{\pi} \Im \{ \ln Z[s = -\exp(\Sigma)] \} \quad (4.43)$$

<証明>

この証明のために (4.42) 式を用います。\$s\$ は実軸上には無いので、次のように置きます。

$$s = -(1 + j\delta) \exp(x) \quad (4.44)$$

この式を (4.42) 式へ代入しますと

$$\begin{aligned} \ln[Z(x)] &= \ln(R_0) - I_d(x) \otimes \frac{-(1 + h\delta) \exp(x)}{1 - (1 + h\delta) \exp(x)} \\ &= \ln(R_0) + I_d(x) \otimes W_4(x) \end{aligned} \quad (4.45)$$

重み関数を、実数部と虚数部とに分けます。

$$\begin{aligned} W_4(x) &= W_{4r}(x) + W_{4i} \\ &= \frac{[1 - \exp(x) - \delta^2 \exp(x)] \exp(x)}{[1 - \exp(x)]^2 + \delta^2 \exp(x)^2} \\ &\quad + j \frac{\delta \exp(x)}{[1 - \exp(x)]^2 + \delta^2 \exp(x)^2} \end{aligned} \quad (4.46)$$

ここで、この関数の虚数部分を考えますと

1. $x \neq 0$ の点で $\delta \rightarrow 0$ ならば $W_{4i} \rightarrow 0$
2. $x = 0$ の点で $\delta \rightarrow 0$ ならば $W_{4i} \rightarrow \infty$
3. $\delta \rightarrow 0$ のとき $x = \ln[(y\delta + 1)/(1 + \delta^2)]$ と変数変換して

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_{4i}(x) dx = \int_{-1/\delta}^{\infty} \frac{1}{1 + y^2} dy = \arctan(y) \Big|_{-1/\delta}^{\infty} = \pi$$

これから $W_{4i}(x)$ は $\delta \rightarrow 0$ のときデルタ関数 となることが分かります。
 (4.45) 式の両辺の虚数部を考えると求める式が得られ、証明が完了します。
 次に示す式が成立します。

$$Z(S) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(-x)}{1 + \exp(S-x)} dx \quad (4.47)$$

$$Z(S) = R_0 - \int_{-\infty}^{\infty} R(-x) \frac{\exp(S-x)}{1 + \exp(S-x)} dx \quad (4.48)$$

<証明>

(4.18) 式から

$$Z(S) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{1 + s\tau_i} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{1 + \exp(S + \zeta_i)} \quad (4.49)$$

この式を連続関数の形に書き換えますと

$$\begin{aligned} Z(S) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\zeta)}{1 + \exp(S + \zeta)} d\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(-x)}{1 + \exp(S-x)} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx - \int_{-\infty}^{\infty} R(-x) \frac{\exp(S-x)}{1 + \exp(S-x)} dx \end{aligned} \quad (4.50)$$

この式に (4.33) 式を用いますと

$$Z(S) = R_0 - \int_{-\infty}^{\infty} R(-x) \frac{\exp(S-x)}{1 + \exp(S-x)} dx \quad (4.51)$$

さらに、次の式が成立します。

$$R(\zeta) = \frac{1}{\pi} \Im \{ Z[s = -\exp(-\zeta)] \} \quad (4.52)$$

<証明>

(4.44) 式を (4.47) 式へ代入して、実軸にそっての積分を行います。

$$Z(\Sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(-x)}{1 - (1 + j\delta)\exp(\Sigma - x)} dx \quad (4.53)$$

あるいは

$$Z(x) = R(-x) \otimes X_5(x) \quad (4.54)$$

$W_5(x)$ の実数部と虚数部とを考えます。

$$\begin{aligned} X_5(x) &= \frac{1}{1 - (1 + j\delta)\exp(\Sigma - x)} = W_{5r} + jW_{5i}(x) \\ &= \frac{1 - \exp(x)}{[1 - \exp(x)]^2 + \delta^2 \exp(x)^2} + j \frac{\delta \exp(x)}{[1 - \exp(x)]^2 + \delta^2 \exp(x)^2} \quad (4.55) \end{aligned}$$

この式の虚数部は同様にデルタ関数となりますので、(4.54) 式の両辺の虚数部を考えますと、次の式が得られます。

$$R(\zeta = -x) = \frac{1}{\pi} \Im \{ Z[s = -\exp(x) = -\exp(-\zeta)] \} \quad (4.56)$$

4.2.4 Bode 線図の一般化

(4.42) 式から、次の式を導くことができます。

$$\ln[Z(\Omega)] = \ln(R_0) - \int I_d \otimes W_2(\Omega) \quad (4.57)$$

ここで

$$\int I_d(x) = \int_{-\infty}^x I_d(\Sigma) d\Sigma \quad (4.58)$$

$$\Omega = \ln(\omega) \quad (4.59)$$

$$W_2(\Omega) = \frac{d}{d\Omega} \left[\frac{j \exp(\Omega)}{1 + j \exp(\Omega)} \right] = \frac{j \exp(\Omega)}{[1 + j \exp(\Omega)]^2} \quad (4.60)$$

<証明>

次の式を (4.42) 式へ代入します。

$$s = \exp(S) = j \exp(\Omega) \quad (4.61)$$

この結果

$$\begin{aligned}\ln[Z(\Omega)] &= \ln(R_0) - \int_{-\infty}^{\infty} I_d(x) \frac{j \exp(\Omega - x)}{1 + j \exp(\Omega - x)} dx \\ &= \ln(R_0) - \left[\int_{-\infty}^{\infty} I_d(x) \frac{j \exp(\Omega - x)}{1 + j \exp(\Omega - x)} \right]_{-\infty}^{\infty} dx \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} I_d(x) \frac{-j \exp(\Omega - x)}{[1 + j \exp(\Omega - x)]^2} dx\end{aligned}\quad (4.62)$$

この式の第2項は、ゼロとなります。また (4.60) 式を考えますと証明が完了します。

次の関数を導入します。

$$m(\Omega) = \ln|Z(\Omega)|, \quad \phi(\Omega) = \arg[Z(\Omega)] \quad (4.63)$$

さらに次の式から対数関数の実数部虚数部は、関数の絶対値の対数と虚数部分となる位相を用いて簡単に示すことが出来ることが分かります。

$$\ln[Z(s)] = \ln[|Z(s)| \exp(j\phi)] = \ln|Z(s)| + j\phi \quad (4.64)$$

(4.60) 式の関数の実部と虚部とは、次のように与えられますので

$$\Re[W_2(\Omega)] = W_{2r}(\Omega) = \frac{2 \exp(2\Omega)}{[1 + \exp(2\Omega)]^2} \quad (4.65)$$

$$\Im[W_2(\Omega)] = W_{2i}(\Omega) = \frac{\exp(\Omega)[1 - \exp(2\Omega)]}{[1 + \exp(2\Omega)]^2} \quad (4.66)$$

以上から、次の結果が得られます。

$$m(\Omega) = \ln(R_0) - \int I_d \otimes W_{2r} \quad (4.67)$$

$$\phi(\Omega) = - \int I_d \otimes W_{2i} \quad (4.68)$$

4.2.5 時間領域と周波数領域の関係

インピーダンスは、時間微分されたステップ応答関数のラプラス変換で与えられます。

$$Z(s) = L\left(\frac{da}{dt}\right) = \int_0^{\infty} \frac{da}{dt} \exp(-st) dt \quad (4.69)$$

この式へ $s = j\omega$ を代入しますと

$$Z(\omega) = \int_0^{\infty} \frac{da}{dt} \exp(-j\omega t) dt$$

更に、 $z = \ln(t)$, $\Omega = \ln(\omega)$ を用い、式の変形後 $x = -z$ と置き換えますと、上の式は

$$Z(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{da}{dz} \Big|_{x=-z} \exp[-j \exp(\Omega - x)] dx$$

この式は、次のようにコンボリューションの形で書くことができます。

$$Z(\Omega) = \frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \otimes W_3(\Omega) \quad (4.70)$$

ここで

$$W_3(\Omega) = \exp[-j \exp(\Omega)] \quad (4.71)$$

第 5 章

IC 上および基板上の配線

IC 上のアルミ配線は、周波数が低い場合には単に基盤との間に容量を持った導線と考えられますが、周波数が高くなるにつれ伝送線路の概念を導入する必要があります。これからの解析を進める前に、まず始めに伝送線路の遅延に対する要因がどのような影響を持っているかを考える必要があります。

5.1 結合伝送路の遅延に対する要因

5.1.1 信号のスイッチング時間

結合している信号が異なった時間でスイッチしていれば、信号の伝送遅延は起こりません。

遅延の影響は、二つの信号が同時に動作する場合に最もその影響が大きくなります。

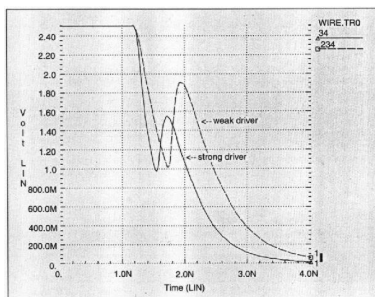


図 5.1 SW 時間

5.1.2 結合信号のスイッチングの方向

二つの信号が違う方向へスイッチングしている場合信号遅延は大きくなり、同じ方向へスイッチングしている場合には逆に小さくなります。

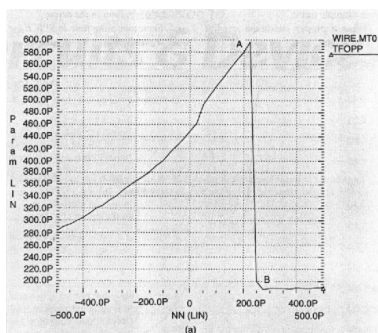


図 5.2 SW 方向の影響 (同じ方向)

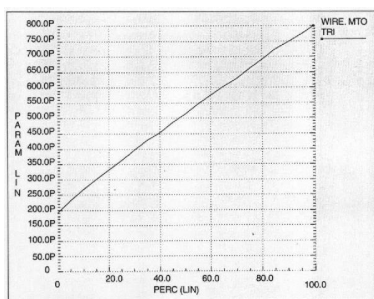


図 5.3 SW 方向の影響 (逆方向)

5.1.3 結合信号の立ち上がり、立下り時間

信号の立ち上がり、立ち下がりが大きくなりますと、つまりより速いスピードで動作しますと信号遅延は小さくなります。同じことですが、結合信号の立ち上がり、立ち下がりがゆっくりとなりますと、結合の影響が小さくなります。

5.1.4 ドライブ電力の大きさ

信号のドライブが強くなりますと信号の中に含まれてくる結合の影響が小さくなります。

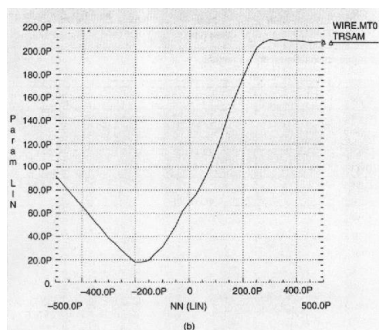


図 5.4 ドライブ電力の影響

5.1.5 伝送路の抵抗、結合容量

結合容量が大きくなりますと遅延への影響が大きくなります。伝送路の抵抗が小さくなりますと、結合の影響が小さくなります。

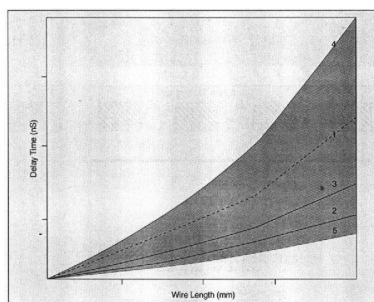


図 5.5 抵抗・容量の影響

バッファによって 4 [mm] の長さの伝送路を通過した後、もう一つのバッファで受けている場合で同時に逆方向へスイッチングしている場合の遅延と容量の関係を示します。ただし容量の大きさは、100 で規格化されています。二つのバッファの遅延は、全遅延の 25 [%] 以下です。

同じような曲線が抵抗の場合にも得られます。

5.2 回路設計法

1. 回路中での最適な最大立ち上がり、立下り時間の設定

図 5.6 はドライバの強さと結合によって生じる遅延時間の関係を示しています。

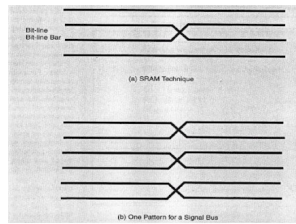


図 5.6 遅延時間

A点以上では、結合の影響は関係がなくなります。またこの点が最適の立ち上がり、立ち下がりの点と考えられます。つまりドライバが強くなると、それによって新たな結合が出てくるからです。

2. ブロックサイズを限定する

このルールを実行することにより、ブロック内の線路長を短くすることが出来ます。さらにブロック外の線路をより上のレイヤーへ移すことが出来、結合の影響を少なく出来ます。

3. 適切で一つの目的のみを行う入出力ドライバを用いる

このことにより結合に関係するパラメータの数を減らすことが出来ます。

4. レイアウト中でオーバーラップする信号線を分離する

二つの信号が差動で動いているとき、二つの信号線は近くに配置することが出来ますが、差動で動いていない場合には、離して配置しなければなりません。

5. ワorstケースとなる信号の変化を緩やかにする

二つの結合信号のオーバーラップを変化させられるとき、スイッチ時間を変化させ結合の最悪値を見つけるために用いることが出来ます。

6. 線路の間隔を取る

最上層では線路の間隔を大きく取ることが出来ますが、線路の長さが長い場合やはり結合の影響を受けてしまいます。

線路の結合を減少させるための技術として、差動信号を利用する方法がありますが、そのための面積を必要とすることから、大規模なICには向きません。

もう一つの方法は、ダイナミック・ロジック回路を用いる方法です。ある時間信号は静止しているか、一つの方へスイッチしているかの状態にあります。それを利用して、反対方向へのスイッチ結合を避けることが出来ます。

パターンレイアウトを用いる結合を減らす方法として、SRAM設計において次に示すパターンが用いられています。そこではビットラインとビットライン・バーがアレイの真ん中で入れ替えられている。

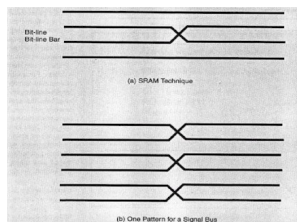


図 5.7 パターンレイアウト

第 6 章

具体例

この章の内容は、文献 [?] によっています。

ここで取り扱っている波長は、0.8 から 2.5 [cm] の範囲であり、配線は 5 層配線です。層の厚みは 10 [μm]、最も大きな信号線とパワー・バス 間の距離は 170 [μm] である。よって準 TEM モードとして扱うことができます。

論理ゲートの間で用いられる信号線のような短い線路 ($1 \ll \lambda$) の場合には、単一の RC 分割モデルが一般に用いられています。[?] [?]

線路長が長くなったり、信号の周波数が高くなった場合には数段の RC 回路が用いられる。さらに線路長が長い、または信号の周波数が高くなると、伝送線路は分布定数線路として扱わねばならなくなります。さらに周波数が高くなりますと、分布定数線路のパラメータは周波数依存性を持つようになります。これは伝送線路を構成している物質が周波数依存性を持つようになるためです。

回路	遅れ (ps)	Δ (%)	立ち上がり (ps)	Δ (%)	NEN (mV)	Δ (%)
RC-1	652	65	2065	152	158	-49
RC-3	484	22	1233	51	179	-42
RC-5	443	12	1096	34	182	-41
RC-10	412	4	1001	22	184	-40
RC-50	386	-3	931	14	185	-40
RLC	381	-4	829	1	211	-31
R(f)L(f)C	396		819		307	

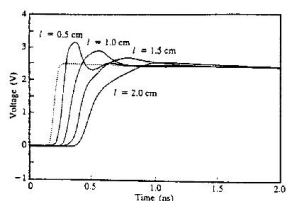
Δ : $R(f)L(f)C$ からのずれ

表 6.1 シミュレーション結果

上の表に $R = 174.0 [\Omega/cm]$ 、 $C = 1.83 [pF/cm]$ の値を持ち、長さ $1.6 [cm]$ 、幅 $2.7 [\mu m]$ 、間隔幅 $2.7 [\mu m]$ の伝送線路について、様々な等価回路を適用した場合の比較を示します。この伝送線路は $10 [\Omega]$ の出力インピーダンスを持ち、 $2.5 [V]$ 出力電圧、立ち上がり $100 [ps]$ のステップ関数で駆動されています。また直角に交わるバスラインが存在しています。

この表を見ますと RC-10(10 区間) の等価回路は、立ち上がり時間のずれは大きいですが、遅れ時間については非常に良い結果となっている。また隣接線路でのクロストーク (NEN) は RC 等価回路の場合、非常に大きい。よって隣接線路が存在する場合には RLC 等価回路が必要です。

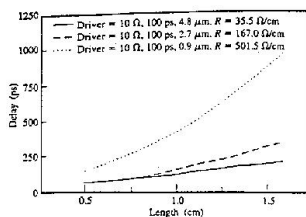
次の文献 [?] に示されていますように、線路長が $RI \leq 2Z_C$ の場合には、早い立ち上がりに対して LC 回路のような振る舞いをします。 RI が $2Z_C$ を越えますと、立ち上がりはぐっくりとなり、RC 回路の動作と似てきます。この様な線路の場合には遅れは、距離に対して指数関数的に増加します。これについてのシミュレーション結果を、次の図 6.1 に示しておきます。ここでは $R = 35.5 [\Omega]$ 、 $Z_C = 32.0 [\Omega]$ 線路長 $l = 0.5 - 2.0 [cm]$ 、駆動回路の出力インピーダンス $1[\Omega]$ 、立ち上がり時間 $100 [ps]$ です。



Signal propagation simulated for 100-ps-rise-time, 10- Ω source (dotted curve) on line lengths $l = 0.5$ – 2.0 cm having the design of site 3B with a parallel nearby power bus on M5 and $R = 35.5$ Ω /cm.

図 6.1 立ち上がり時間

この図 6.1 を見ますと、線路が短い場合は LC 回路、長い場合は RC 回路のように振る舞っていることがわかります。次の図 6.2 は、抵抗値 $R = 35.5, 167.0, 501.5$ の場合の線路の遅れを示しています。



Simulated propagation delay using 10- Ω , 100-ps-rise-time driver circuit for 4.8- μ m (solid curve), 2.7- μ m (dashed curve), and 0.9- μ m (dotted curve) lines with $R = 35.5, 167.0,$ and 501.5 Ω /cm, respectively.

図 6.2 抵抗の影響

6.1 サブストレートの影響

典型的なサブストレートは、 $2-3 [\Omega cm]$ の抵抗率と 11.8 の相対誘電率とを持っています。電荷の拡散時定数は $0.01 [ps]$ であり、この値は信号の立ち上がり時間 $100 [ps]$ に比べて非常に早い。サブストレートの表面に誘導される電荷は、線路に対してその容量を増加させ、遅延を増加させるような影響を与えます。しかしシリコンの抵抗は非常に大きく、バスラインを通してほとんどの信号は流れ、さらにサブストレートを通して信号が流れたとしても急激に信号が減少してしまいます。ここでもサブストレートの影響は見られませんでした。

6.2 表皮効果

信号の速度が早くなるにつれて、表皮効果の影響が重要になってくる。しかし信号の立ち上がり時間が $50-100 [ps]$ であっても表皮の厚さは $1.0-1.7 [\mu m]$ であり、線路の厚みが $0.85-2.15 [\mu m]$ であるため表皮の効果はそれほどでもありません。

最近の高機能マイクロプロセッサにおいて、その配線密度の増加は線路間の電磁氣的結合の影響を大きくしています。アクティブな信号線からの電磁氣的結合は、隣接している信号線に進行波、反射波を生じています。その大きさは信号線の二つの端における終端条件に依存しています。far-end 雑音 (FEN) は容量性および誘導性結合の差に比例しており、一方 near-end 雑音 (NEN) は和 $K_C + K_L$ に比例しています。均一な構造に対しては、よって $FEN = 0$ である。上に示した文献によりますと、near-end 雑音については

$$NEN = \frac{K_B 2\tau l V_{in}}{t_r} \quad l < \frac{t_r}{2} \text{ の場合} \quad (6.1)$$

$$NEN = K_B V_{in} \quad l > \frac{t_r}{2} \text{ の場合} \quad (6.2)$$

ここで

$$K_B = \frac{K_C + K_L}{4} \quad (6.3)$$

far-end 雑音に対しては、

$$FEN = \frac{K_F \tau I V_{in}}{t_r} \quad (6.4)$$

ここで

$$K_F = \frac{K_C + K_L}{4} \quad (6.5)$$

ここでの議論のように、短い信号線でしかも高密度な配線の場合には、結合係数は非常に大きいですが、near-end 雑音は (6.2) 式のように飽和することはありません。信号の立ち上がり時間が線路の遅れよりも長いため、結合した信号は最大値まで達することはありません。 NEN は信号の 7–12 [%] である。

間隔が離れた幅の広い長い線路の場合には、低い結合容量係数と低い誘導結合係数とを持ち、 NEN は飽和する。この場合の NEN は約 4–8 [%] です。非常に不規則な形状で幅が広く長い電力バスラインの場合には、非常に大きな誘導係数を持ち、 NEN は 24–30 [%] の大きさまでになる。様々なケースにおいて FEN は、 NEN より小さいが電力バスラインの場合には重要です。 FEN は線路が結合している長さと共に増加するが、アクティブな信号はゆっくりであるため NFE は減少します。信号線の高い抵抗率も、クロストークを減少させる。

6.3 ICチップの構造

試験に用いた伝送線路の構造は、次のようになっています。配線は 5 層構造となっており、一番上の層は電力線路用となっています。この層での配線は特に幅が広く、厚みも厚くなっています。

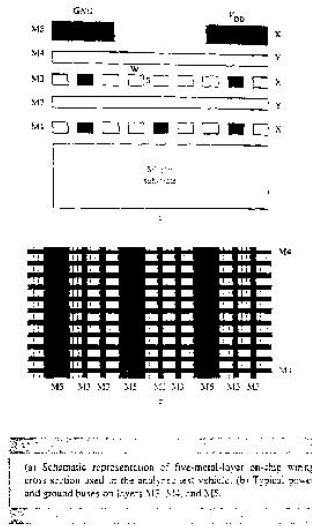


図 6.3 チップ構造

この層より下の層は、各セルへ電力を供給するための電力線で、やや細い線となっています。

これらの5層の伝送線は、大きく三つのカテゴリーに分けられます。カテゴリー I は、M5 層の下で、M5 層と平行に走っている M3 層の線路です。M5 層の線路幅は $110\ [\mu\text{m}]$ あり、 $1\text{--}5\ [\mu\text{m}]$ の線路にとってレファレンス平面のように見えます。カテゴリー II は、M5 層の電力線路に対して直角に走る線路の M4 線路です。カテゴリー III は M5 または M3 層に置かれており、M5 層の線路に平行です。これらの線路の長さは、隣接の線路から M5 の線路程度であり、二つの間隔の広い線路の間にあります。多くの複雑なマイクロプロセッサ・チップ上の長い線路は、カスタム品でない限り、これら三つのカテゴリーの中に入ります。

ここで検討されている線路は、M2、M3、M4、M5 層の線路上の線路と直交あるいは電力線路と一緒に M3、M4、M5 層上に置かれています。考えて

いる線路はほとんどが 1.6 [cm] の長さで、2、3の線路は 0.8 [cm] です。さらにサイトに別れており、サイトの間は 200 [μm] で分離されています。線路の下に能動素子はありません。各々の層の線路は、適切なビア・パターンで最上層に接続されています。次のテーブルは、全てのサイトについて述べています。

category	I	I	I	II	II	III	III	III	III	III	III
Site	3C	4B	4C	2A	2B	3A	3A	3B	3B	1A	1A
Ref	S ¹	S ¹	S ¹	O ¹	O ¹	P ¹	P ¹	P ¹	P ¹	C ¹	C ¹
	GND	GND	GND	GND	GND	far	far	close	close	wave	wave
						GND	GND	GND	GND	guide	guide
Sig	M3	M3	M3	M4	M4	M5	M3	M5	M3	M5	M3
LW	2.7	0.9	0.9	2.7	2.7	4.8	2.7	4.8	2.7	4.8	2.7
Ort	50	50	0	50	50	50	50	50	50	50	50

S¹(Solid),O¹(Original),P¹(Parallel),C¹(Coplanar)

Ref;Reference,Sig;Signal Layer,LW;Line width [μm],Ort;Orthogonal wiring [%]

表 6.2 各サイトの表

また次の図は、各々のサイトのパターン図を示しています。

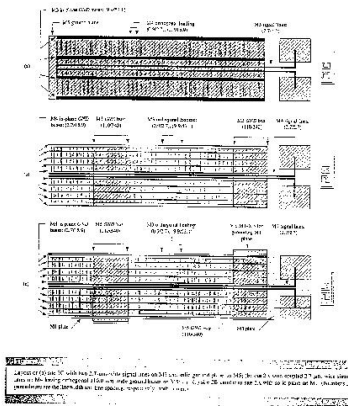


図 6.4 サイトのパターン図-1

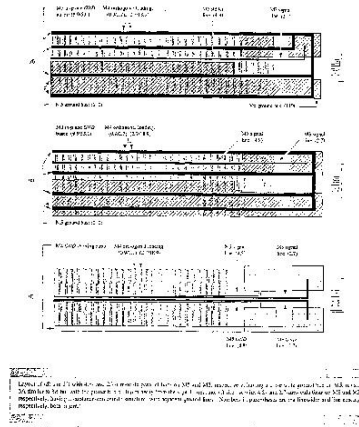


図 6.5 サイトのパターン図

6.4 伝送線路モデルとシミュレーション

断面積はパラメータ R , L , C , G を計算するために用いられています。これらのパラメータは信号伝送の計算に用いられ、測定値と比較されています。3次元電磁気解析コードが用いられました。[?]

この技術は rooftop 基礎関数によって表された伝導電流、分極電流で、モーメント法に基づいています。この方法は、全構造を不均一な小さな四角い部分に分けています。上の資料に記述してある具体的な手続きによって、広い周波数にわたって単位長あたりの R , L , C , G パラメータを求めています。不均一な領域の分割は、この様な構造の解析に役に立ちます。これらの構造は非常に狭い線路 $1-5 [\mu\text{m}]$ 、中心から中心までの間隔が $21.6-450.0 [\mu\text{m}]$ の非常に広い線路 $1.7-110.0 [\mu\text{m}]$ のように大きな差があります。次の図はサイト 2A、3B での3次元構造を示しています。

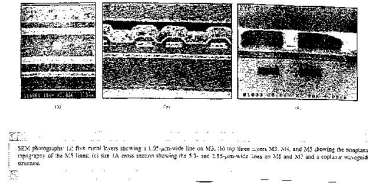


図 6.6 IC の断面図

M5 の一平面状に無い構造は、階段状構造によってモデル化されました。全ての構造は IBM RISC System/6000 Model590 ワークステーション (1 [GB] メインメモリ) を用いて、上の文献のコードを用いて解析されました。

信号速度が速くなるにつれて、表皮の厚みは伝送路の厚みよりも小さくなります。そうすると R , L は、周波数依存性を持っています。ここでの試料の $\rho = 4.05 [\mu\Omega - cm]$ の AlCu の場合、 $f = 3 [GHz]$ で $\delta = 1.85 [\mu m]$ 、周波数 $f = 10 [GHz]$ で $\delta = 1 [\mu m]$ です。100 [ps] の立ち上がり信号を持つドライバの場合は、 $f = 3 [GHz]$ の所にエネルギーが集中しています。

一方測定に用いている 35 [ps] の立ち上がり時間の場合には、その周波数は $f = 10 [GHz]$ である。表皮効果の影響は、厚みが $1.2 \mu m$ の M5 層の線路に対して顕著です。次の表 6.4 は 10 [GHz] までの周波数に対するサイト 2A の $R(f)$, $L(f)$ の計算結果を示しています。

$$\text{ただし } R_{11} = R_{22}, L_{11} = L_{22}$$

f[GHz]	R_{11} [Ω/cm]	R_{12} [Ω/cm]	L_{11} [nH/cm]	L_{12} [nH/cm]
0.001	210.60	13.60	7.50	3.94
0.010	210.70	13.60	7.50	3.86
0.100	210.90	13.80	7.40	3.78
1.000	216.60	18.20	6.50	3.02
4.000	235.50	30.50	5.60	2.39
10.00	268.30	45.40	5.40	2.23

表 6.3

サイト 2A の の値が大きいのは、M5 の直交している幅の広いライン (110.0 [μm]) に接続されている電力線での不均一な電流分布にその原因があります。同一平面上での線路の存在によって、周波数による、 L_{11} 、 L_{12} の変化が生じています。電力線の幅が狭い線路を通しての帰還によって、 R_{12} の変化が最も影響を受けています。2A、3A、3B、1A のサイトの不規則な線路での電流クラウディングが、クロストークに大きく影響を与えていることを後で示します。例えばサイト 1A において R_{12} は最も大きい。これはグラウンドラインがコ・プレーナとなっていること、信号ラインに隣接していることによります。解析するための逆フーリエ変換は、文献 [?] を参照下さい。ラプラス逆変換は、文献 [?] を参照。この章で扱っているような、高損失の線路 ($R = 35 - 500 \Omega/cm$) についての解析はありません。

対称な結合線路は線形な電圧制御電流源を用いて非結合モード変換により、二つの単一の線路へ変換されます。これについては、次の文献を参照して下さい。[?] [?]

独立したモードを表現している非結合線路の周波数依存性は、分布 4 極フィルタ回路によって合成される。このフィルタの値は、10 [GHz] までの 3 次元モデルから抽出される R、L の値に滑らかに求められます。次の図 6.7 は、四つのフィルタの分布回路の一つの部分を示しています。

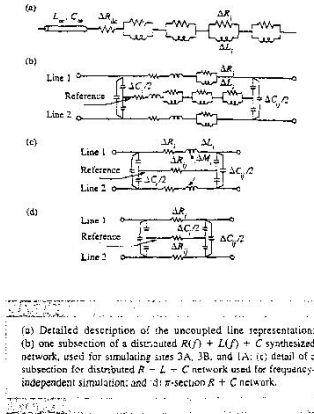


図 6.7 各種モデル

四つの回路は、考えている回路の帯域幅を満足するカットオフ周波数を持っています。各々の部分のインピーダンス $R_j + j\omega L_j$ は、反射を防ぐために線路の特性インピーダンスよりも小さくなければなりません。全線路は精度の範囲の中で収束性をよくするために、小さい部分 (10-50) に分けられています。要求される小部分の数は、パラメータ値に依存しています。しかし各々の小部分の電気長は、伝送される信号の波長よりも短くなければなりません。このような取り扱いは標準的なシミュレータ、例えば SPICE、ASTAP によって行うことができます。

しかし上のような手法は、 R_{ii} 、 L_{ii} 、 C_{ii} と、大きな値を持つ R_{ii} 、 L_{ii} 、 C_{ii} のあいだに大きな差があります、サイト 3A、3B、1A のような線路に対して適用することは難しい問題です。これは非結合変換が周波数依存性をもつからです。このような場合、不平衡な結合線路は集中定数 RLC π 回路の継続接続によって直接モデル化されます。周波数依存性は、上の図の (b) に示されるような RL 素子を付け加えることによって表現できます。これらの RL 素子の値は $10 [GHz]$ までの線路の $R(f)$ 、 $L(f)$ の値に一致させるように選ばれます。より多くの素子が帰還路に対して用いられています。それは、

R_{12} , L_{12} が強い周波数依存性を持っているためです。自己および相互容量が、各々の部分の端に置かれています。小部分は関係する波長よりも短く選ばれており、線路の特性インピーダンスの値より小さな直列抵抗となっています。同様に図 6.7 の (c) に小部分の周波数に依存しない部分が示され、それは信号線と参照される帰還部分とに対して一定の値を持つ抵抗値とインダクタンスの π 形回路を示しています。

図 6.7(a) – (c) の正確なモデルが図 6.7(d) のインダクタンスの無い RC π 形回路とが比較されています。RC 回路表現についてのいくつかの要求が、後に検討されています。

6.5 モデルの結果

M5 が一平面状に無いことによって、線路の容量が著しく増加しています。このような波のように変化する形状は計算される線路容量を大きく変化させます。この様な非常に厚みのある金属の幅が変化するとさらに大きな変化を生じてしまいます。次の表 6.5 は、RC についての測定値と実測値の差を示しています。

サイト 3C : GND	M3	2.7 [μm]
測定値		
設計値	+4.0 [%]	-10.5 [%]
SEM 測定値	+8.0 [%]	-12.6 [%]

表 6.4 サイト 3C

サイト 1A コ・プレーナ線路 GND	M5/M3	4.8/2.7 [μm]
測定値	$C_{11} = 3.690/1.740$ [pF/cm]	$C_{12} = 0.242$ [pF/cm]
設計値	+43.0 / -2.5 [%]	-46.0 [%]
SEM 測定値	-6.0 / +8.0 [%]	-12.0 [%]

表 6.5 サイト 1A

容量の測定は、1 [MHz] で行われました。サイト 1A で容量の値が大きく違うのは、均一な平面上に線路があるとしているからであり、実測から計算された値は 6–12 [%] へ改善されています。同じような結果が、別にサイトでの M5 層について得られています。

次の表 6.6 はサイト 1A、2A、3A、3B、3C、4B'、4C' での R、L、C の測定値と計算値とをまとめたものです。

Sites	Resistance [Ω/cm]		Capacitance [pF/cm]				Calculated inductance [mH/cm]		Calculated coupling		Calculated impedance Z_0 [Ω]
	C^1	M^1	Calculated		Measured		L_{11}	L_{12}	K_C	K_L	
			C_{11}	C_{12}	C_{11}	C_{12}					
	Length= 1.6 [cm]										
3C	167.0	166.0	1.89	0.194	1.75	0.220	3.19	0.70	0.10	0.22	41
2A	174.0	166.2	1.83	0.167	2.05	0.137	4.49	1.84	0.09	0.41	50
2B	174.0	166.2	1.80	0.165	2.05	0.137	3.64	1.49	0.09	0.41	45
3A-M5	35.5	34.6	4.32	0.350	4.18	1.260	6.20	4.91	0.08	0.73	38
3A-M3	167.8	163.9	1.67	0.350	1.74	0.260	6.84	4.91	0.21	0.67	64
3B-M5	35.5	35.9	3.36	0.323	3.55	0.255	3.45	2.25	0.10	0.65	32
3B-M3	167.8	165.1	1.86	0.323	1.70	0.255	5.07	2.25	0.17	0.44	52
1A-M5	38.5	35.8	3.46	0.270	3.69	0.242	3.21	1.94	0.08	0.60	31
1A-M3	167.8	165.7	1.87	0.270	1.74	0.242	4.30	1.94	0.14	0.45	48
	Length= 0.8 [cm]										
4B'	501.5	492	1.71	0.454	1.88	0.514	4.25	2.00	0.26	0.46	50
4C'	501.5	492	1.44	0.670	1.39	0.647	4.32	2.20	0.47	0.50	55

C^1 :Calculated, M^1 :Measured

表 6.6 R、L、C の測定値と計算値

この表では、いくつかの観測が行われました。参照するバス・ラインの設計は違いますが、2.7 [μm] の全ての線路は同じ自己容量 C_{11} を持っています。これは容量が隣接した層の直角になっている線路によって、基本的に決まっているからです。4.8 [μm] 幅の線路の自己容量は予想されるように全ての場合において高い値を示しています。この資料に対して線路は、通常用いられている保護膜で覆われていません。そこで容量値は、量産品と比べやや低めです。サイト 2A と 2B での容量値の実測値と計算値とは、良く一

致していることに注意。線路は同じですが、2B 中の線路は、シリコンを覆った M1 の金属膜があります。最初に期待したように、シリコン表面は導電性層としてみえます。しかし M4 上の線路は、シリコン表面あるいは M1 とは離れていますので、M3 上の直交する線路が有効な遮蔽として働き、M4 上の線路の容量は内部の層あるいはシリコン表面によって影響されません。細い線路 (0.9 [μm] 幅) の場合、M2 および M4 上の直交する負荷線路が無い場合と 50 [%] を占めている場合とで、自己容量に 35 [%] の増加が見られます。相互容量は、420.6 [%] 減少します。上の表には示していないが、0.9 [μm] の線路もまたシリコンを覆っている金属膜の影響を受けません。0.08 から 0.21 [cm] の長い線路 (幅は 0.9 [μm]、間隔は 0.9 [μm]) の容量結合は、非常に大きい (0.26–0.47)

上の表は、 L_{11} 、 L_{12} の計算結果も示しています。最も大きな L_{11} が、3A で得られています。この線路は M5 上の幅の広いパワー・バスとは遠く離れています。その外の層上の狭いバスはわずかにを減少させている。サイト 2A の直交バス線路は M4 線路の高いインダクタンスを生じさせます。サイト 3C 上の接地面は、M3 線路の L_{11} を減少させます。幅は 0.9 [μm]、間隔は 0.9 [μm] の M3 層上の細い線路の場合、M5 上の参照する平面からの距離が大きいことは高いインダクタンスとなります。インダクタンス結合 K_L も、違う設計に対して違った結果を示します。サイト 3C の接地レファレンス平面の場合は、最も小さい $K_L = 0.22$ をしています。直交する接地バスでは、0.41、サイト 3A 上の幅の広いパワー・バスから 50 [μm] 離れた線路では 0.73 の大きさまで増加する。インダクタンス結合も、サイト 4B'、4C' に対しては大きくなります。

6.6 測定法

時間領域の測定は、図 6.8 のような装置を用いて行われました。

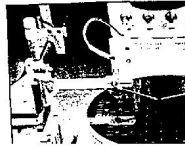
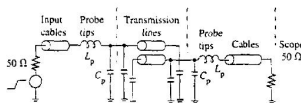


図 6.8 測定装置

10 [GHz] サンプリング・オシロスコープ HP Model 54120A が 200 [mV] 出力、35 [ps] 立ち上がり時間のステップ信号として用いられました。これらの信号は、高速のロジック信号を示しています。特注の同軸プローブが隣接線路の伝送信号とクロストークを測定するために用いられました。次の図は far-end での測定を行うための測定回路を示しています。



(a) Equivalent circuit representation of test circuit, showing input probes exciting the active signal and output probes attached at the far end of the quiet line for FEV crossstalk measurement. The probe discontinuities are $C_p = 0.03$ pF and $L_p = 0.16$ nH.

図 6.9 測定回路

全ての場合において、電源のインピーダンスおよび終端は、50 [Ω] です。信号伝送は 0.06 あるいは 0.09 [cm] の線路を用いて繰り返し伝送させ、長い線路を実現しています。長い線路と短い線路の測定値の差は、パッドやプローブによる誤差ではなく単位長あたりの伝播です。減衰、位相定数やイン

ピーダンスの高帯域の測定は、次の文献で示されているショート・パルス伝送技術を用いて実現されました。[?]

この場合ステップ信号は、受動インパルス形成ネットワーク、Picosecond Pulse Lab Model 5210 を用いて微分されています。これは入力プローブで線路上に置かれています。35 [ps] 幅のパルスが、線路に印可されます。同じ線路の二つの長さに対するフーリエ変換の比較から、 $\alpha(f)$ 、 $\beta(f)$ 、が求められます。もしパルスがパッドやプローブからの反射を消滅させるために線路上を行き来する信号よりも短いとするならば、この方法は最も良い方法です。短い線路上での伝送遅延は、必要な遅延よりも小さい。しかしパッドやプローブの不連続は、問題にならないほど小さい値です。よって測定値は、比較的正確になります。時間領域、短いパルスでの測定は -160 [°C] から 100 [°C] で行われました。低温での測定は AlCu の抵抗率が減少することから重要です。高温での測定は、大電力マイクロプロセッサの動作温度に近くなります。

6.7 実験結果

時間領域の測定

時間領域での反射の測定は全ての形状について行われ、入力端で線路からのインピーダンスを 50 [Ω] を基準として反射を見ることによって行われた。結果はあまり有効ではありませんでした。線路のインピーダンスは非常に大きな損失のため、線路の長さと共に増加することは、次の資料に示されています。[?]

電源の立ち上がり時間は、線路からの反射が戻ってきた反射によって重ね合わされてしまい大きく減少します。信号遅延、立ち上がりの減少そしてクロストークが、?? に示すように信号線の反対側の端および隣接線路に転送される信号を観測することによって調べられました。表 6.7 は 3C、2A、2B、3A、3B、1A、4B'、4C' サイトの室温での測定結果です。

Sites	Propagation delay[ps]		Rise time[ps]		Crosstalk[mV]	
	Simulated	Measured	Simulated	Measured	Simulated	Measured
Length= 1.6 [cm]						
3C	169	232	322	324	-0.4/6.0	0.0/6.2
2A	218	271	317	345	-3.9/5.4	-3.8/4.0
2B	225	269	346	378	-3.2/4.5	-1.8/3.9
3A-M5	284	287	324	261	-13.0/23.0	-14.0/14.0
3A-M3	250	291	186	227	-13.0/23.0	-14.0/15.0
3B-M5	214	242	319	281	-11.0/14.0	-11.0/10.0
3B-M3	219	247	303	292	-11.0/14.0	-11.0/10.0
1A-M5	218	227	316	427	-11.0/9.0	-3.3/6.0
1A-M3	219	237	317	381	-11.0/9.0	-3.3/6.0
Length= 0.8 [cm]						
4B'	103	121	193	175	0.0/11.0	0.0/12.7
4C'	64	84	129	121	0.0/21.8	0.0/19.7

表 6.7 室温での測定結果

一方表 6.8 は -160 [°C] と 100 [°C] での結果です。

Sites [°C]	Propagation delay[ps]			Rise time[ps]			Crosstalk[mV]		
	-160	22	100	-160	22	100	-160	22	100
Length= 1.6 [cm]									
3C	151	232	269	110	324	367	-4.8/16.0	0.0/6.2	0.0/5.8
2A	184	271	303	154	345	383	-12.7/7.8	-3.8/4.0	-2.4/3.0
Length= 0.8 [cm]									
4B'	79	121	144	66	175	212	0.0/29.4	0.0/12.7	0.0/10.0
4A	82	127	144	71	171	207	-	-	-
4B	81	117	141	73	164	200	-	-	-
4C	62	82	93	53	119	142	-	-	-

C¹:Calculated, M¹:Measured

表 6.8 -160 [°C] と 100 [°C] での結果

全ての測定は 50 [Ω] 終端で行われ、チップ上の終端は開放です。これらの結果は、線路の最も速い応答です。それは 35 [ps] の電源立ち上がり時間が、理想的なステップ励振であるからです。

伝送遅延は、入出力信号の振幅の 50 [%] の点で測定されています。サイト 3C、3A(M3)、3B(M3)、1A(M3) は、 1.59 [cm] 長の線路です。サイト 3A(M5)、3B(M5) は 1.56 [cm]、サイト 4B'、4C' は 0.8 [cm] 長です。最も遅い遅延は、M5 上の 4.8 [μ m] 幅の線路に対して得られ、この線路は、並行で

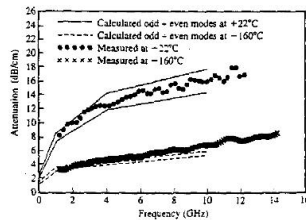
幅の広い GND ラインから最も離れています。これらの線路は大きな容量とインダクタンスを持っており、小さい抵抗値の利点が出ていません。M3 上の 2.7 [μm] 線路は、高いインダクタンスと 4 倍大きな抵抗を持っています。この結果容量が、2.4 分の 1 にもかかわらず、やや大きな遅延となっています。M4 (サイト 2A、2B) 上の直交するバスのある 2.7 [μm] 線路は、やや小さい遅延となっている。2A、2B に対して同じ遅延であると言う事実は、遅い波も無いと言う証拠です。参照される面は穴だらけであるにもかかわらず、M3 上の直交する線路は、次に記述するその他の効果によって M4 線路を遮蔽しています。これは 2A と 2B に対して等しい容量値によって証明されます。最初に説明しましたように、電力線路網は、半導体サブストレートよりもより低い抵抗路を示します。違いは、距離的なものです。M2 上に負荷線路の無い M3 上の 0.9 [μm] のサイト 4C、4C' に対してさえ、信号がゆっくりとなる証拠はありません。これらの 0.8 [cm] 長の線路は 82 [ps] と 84 [ps] の遅延時間と、119 [ps] と 121 [ps] の立ち上がり時間を各々持ちます。期待されるように、遅延は直交する負荷線路が増えるに従って増加します。そしてサブストレートによる影響はありません。3B での線路は C、L 共に小さいので 3A での線路より遅延が少なくなります。インダクタンスは平行な GND ラインと 2.4 [μm] しか離れていないため、非常に小さくなります。M5 線路の容量は、線路と絶縁物の大きさの差のために小さい値です。

前面 GND 参照面を持つ線路 (3C) とコ・プレーナ構造を持つ線路は最も小さい遅延となります。しかし M5 上の 1A 線路は最もゆっくりした立ち上がり時間を持っています。次が 1A(M3) それから 2B、2A である。

(1A ラインは非常に大きな損失を持った GND 伝導によって引き起こされる分散によってゆっくりとなってしまう) 抵抗は 501.5 [Ω/cm] ですが、遅延と立ち上がり時間は 0.8 [cm] 線路に対してはゆっくりとなっていました。線路の遅延は立ち上がり時間の半分よりも常に大きい値となります。しかしサイト 3A(M5) に対してのみ t_r よりも大きい。

サイト 3C の 2.7 [μm] 線路においては、室温 (22 [$^{\circ}\text{C}$]) に比較して 160 [$^{\circ}\text{C}$]

] の場合の立ち上がり時間は 2.7 分の 1 小さくなります。遅延時間は、1.5 分の 1 です。100 [°C] では、各々 15 [%]、16 [%] 増加となっています。これらの結果は、以前述べた大きな R ($RI = 6.4Z_C$) に対する説明を裏付けています。-160 [°C] で $RI = 1.6Z_C$ であり、そのことは LC 線路の性質が現われ、立ち上がり時間は早くなります。160 [°C] で全ての設計は、上の表に示しますように、伝送遅延よりも早い立ち上がり時間を示します。抵抗が支配的な線路に対しても、以前説明したように短いパルスによって説明されています。-160 [°C] でサイト 3C 上の 0.09 [cm] と 1.6 [cm] の長い線路の伝送パルスは、34.4 [ps] と 52.8 [ps] の幅を持っています。室温でのパルス幅の拡張は、35.6 [ps] と 86 [ps] です。信号は非常にゆっくりであるため、振幅に大きな損失があります。次の図はサイト 3C 線路の室温と -160 [°C] での減衰の測定を示しています。



Calculated and measured attenuation using the short-pulse propagation technique [13] at -160°C and +22°C. Calculated values show the odd and even mode components for the two coupled lines of site 3C. Measurement was made on only one line.

図 6.10 減衰の周波数特性

計算結果は奇数、偶数モードを示しています。測定は励振していない隣接した 2 つの結合線路の一つについて行われました。これが測定値が、二つの計算された値の間にある理由です。測定の帯域幅は、+22 [°C] の 10 [GHz] に比較して -160 [°C] では 14 [GHz] と非常に大きい値を持ちます。

6.8 クロストーク

表??は far-end 点でのクロストークの測定値を示しています。負の値は順方向伝送波によって引き起こされる FEN 雑音を示しています。正の値は、開放端となっている near-end からの反射波によって引き起こされます。テスト端子は、 $50 [\Omega]$ で終端されています。

最も大きな FEN サイト 3A の最も不均一な線路特に M5 層上に対して得られ、 K_C 、 K_L 、 $K_C - K_L$ は極端に大きな値を持ちます。3B はやや小さくなります。その他のほとんどは、動作している線路上の非常にゆっくりした立ち上がり時間により測定できるほどの far-end 雑音を示しません。後進する波によって生じる near-end からの反射は、 $0.9 [\mu\text{m}]$ 間隔を持った非常に狭い $0.9 [\mu\text{m}]$ 幅のため非常に大きくなります。期待されるように、 K_C は小さい NEN の結果、直交する負荷（サイト 4B'、4C' において 0 から 50 [%]）の増加と共に減少します。表は低い信号の減衰と分散によって引き起こされる問題点を示しています。クロストークは、抵抗が下がるにつれ徐々に減少します。より早い立ち上がり時間は FEN、NEN 共に増加させます。

次の図はサイト 3C での M3 層の $1.6 [\text{cm}]$ 長、 $2.7 [\mu\text{m}]$ 幅線路の測定値と計算した波形を示しています。

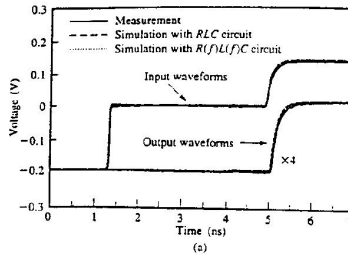


図 6.11 M3 層の結果

実際の断面は、 $2.85 \times 0.85 [\mu\text{m}]$ でした。シミュレーション波形が周波数依存性の損失がある場合と無い場合について示されています。この場合一定の R 、 L と $R(f)$ 、 $L(f)$ を比較しますと、遅延に対して測定値に対する改善は $-19.9 [\%]$ から $-14.0 [\%]$ 、立ち上がり時間に対して $-5.7 [\%]$ から $-3.6 [\%]$ でした。次の図は、TRD 軌跡と FEN の比較を示しています。

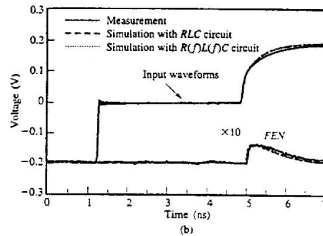


図 6.12 TRD 軌跡と FEN

表に示された測定とシミュレーションの一致は、線路の寸法の測定の不正確さによっています。M5 の一平面状に無い線路の適切な CPU 時間とメモリ使用量を持ったモデル化の難しさを示しています。

6.8.1 実際的なオンチップ上の線路シミュレーションへの応用

我々が開発した正確な伝送線路モデルは、高速で低インピーダンスドライバ回路によって駆動された、長いチップ上の線路の性質をシミュレーションするために用いられました。次の図は、信号伝送、FEN、NEN クロストークを測定するための回路を示しています。

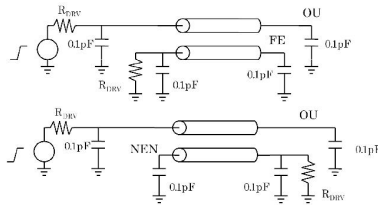


図 6.13 クロストーク測定回路

結合線路は、近くの終端で活性なドライバを仮定してワーストケースの FEN に対して開放端であるか、ワーストケースの NEN に対して逆向きに設定しているかです。次の図はサイト 3A の M5 ラインをドライブする、立ち上がり時間 100ps の 10Ω のインピーダンスを持つ二つの回路の波形を示しています。M5 線路は $R = 35.5 \Omega/cm$ 、長さ 1.6 [cm] です。クロストークは M3 線路上でモニターされており、この線路は $R = 168.0 \Omega/cm$ です。シミュレーション波形は、三つの場合について示されています。

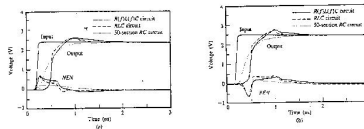


図 6.14 シミュレーション波形

$R(f)$, $L(f)$ 依存性を持つ伝送線路モデルは、6.7(b) に示されている。一定の R , L についてのモデルは、6.7(c)、50 分割された分布 RC 回路モデルは 6.7(d) です。 K_C , K_L が共に大きいことは、6.5 に示しています。これは RC 回路の NEN の過小評価、FEN が存在しないことを表しています。これは K_L が含まれていないからです。この場合は、あまりうまく表現できません。というのも ($RI = 56.5 \Omega$, $Z_C = 38.0 \Omega$) の場合、線路は LC タイプの特性を持っているからです。立ち上がり時間は非常に早く ($t_r = 254 [ps]$)

305 [ps] の線路遅延よりも短くなります。RC 表現はもはや有効ではなく、よって RLC 伝送線路として扱われなければなりません。伝送信号は線路の開放端で、折り返しによってややオーバーシュートであり、これは RC 回路では表現できません。

次の表はサイト 3C、2A、3A に対する 10 [Ω] インピーダンス、100 [ps] 立ち上がり 2.5 [V] 入力振幅の場合の結果を示しています。これらの場合の $K_B[K_B = K_C + K_L]/2$ は、各々 0.08, 0.13, 0.2 です。これは各々 199, 313, 500 [mV] の飽和 NEN 雑音を示しています。($NEN = K_B V_{in}$ 、ここで V_{in} はアクティブな線路の電圧) サイト 3C の平らな GND 平面の場合、遅延誤差は一定のパラメータのモデルあるいは RC モデルに対して非常に小さくなります。(4–6%) 一定値を持つ RLC モデルは、周波数依存性損失を考慮した場合に比較して 22 [%] ほど過小評価したクロストークとなっています。RC 回路のクロストークは、同じ場合と比較して 31 [%] の誤差があります。 $\tau_l < t_r/2$ (τ_l は伝送遅延) であるので NEN は飽和せず、値が低くなります。 $R = 174.0 [\Omega/cm]$ であるサイト 2A の場合線路は、典型的な RC 線路の非常にゆっくりした応答 ($RI = 5.3Z_C$) です。

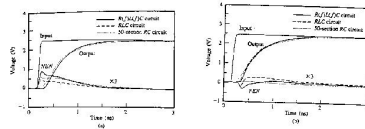


図 6.15 RC 回路のクロストーク

直交するパワー・バスに帰還電流を供給する線路上の大きな抵抗減衰は、6.14 に示しますように 6.7(a) のモデルを用いて $R(f)$, $L(f)$ 依存性が含まれているとき、余分のクロストークとなります。NEN の過少見積りは一定のパラメータと RC 表現について 31 [%]、と 40 [%] です。 $R = 35.5 [\Omega/cm]$ であるサイト 3A は $K_B = 0.2$ です。6.13 で 100 [ps] 立ち上がり時間に対してオーバーシュートは、余分のオーバーシュートを生じます。このオーバー

シュートは、500 [mV] の飽和値よりも大きい値です。FEN、NEN 共に非常に大きな値となります。

二つの結合線路を考えますと、この結果は明らかに長い平行線路に対して結合線路を厳密に考えねばならないことを示唆しています。この場合 RC 表現は、遅延に対しては 31 [%] 以上の過小評価、クロストークに対しては 62 [%] 以上の過小評価を考えなければなりません。遅延は立ち上がり時間よりも大きく、伝送線路表現は本質的に重要です。一方小さな抵抗を持つ線路は、最も早い信号の伝送に対して有利ですが、より大きな雑音を発生します。一般的に用いられる線路に対しては、例えばデータ・バスのような線路、クロストークは、ここで報告した値の 2 倍に近づきうるということに対し注意しなければなりません。例えば同じ層にある三つの長い結合線路は、二つの信号線がもう一方の線路に結合します。上または下の層からの結合も、雑音を増加させます。そしてこの場合結合している長さの制限も、論理誤差を避けるために考慮されねばなりません。

分布 RC 表現は、ほとんどの遅延の記述に対して、特に短く抵抗の大きな線路に対して十分です。先に説明したように、分割数は R、C の値、ドライバー、負荷の状況に依存しています。さらに文献 [?]、[?] によると不均一な RC はしご形回路よりも T 形回路を連結した回路の方が良い結果を与えます。例えば 6.1 に示されている 2A の場合、10 分割の π 形回路の場合には、遅延について正確なモデルに対してわずか 4% の過大評価であり、十分な精度です。しかし一つの RC 回路は 65 [%] の過大評価となっています。M5 上で均一な GND 平面を持つ 3C の場合、10 分割の RC 回路は 8 [%] の過大遅延となっています。一方 π 形回路は、一つの分割だけでわずか 8 [%] の過小評価となっています。3 分割に対しては、わずかに -1.7 [%] です。各々 $R = 501.5$ [Ω/cm] , $R = 167.0$ [Ω/cm] , $R = 35.5$ [Ω/cm] のサイト 4B'、3C、3B について、10 分割、50 分割 RC 回路をモデルとして遅延時間と立ち上がり時間の比較が行われました。最も大きな誤差は 7.6 [%] であり、ほとんどの線路 ($RI = 10Z_C$) に対して十分な結果です。

わずか 7–12 [%] です。3C の線路の K_B は 0.08 であり、立ち上がり時間は 53 から 778 [ps] です。遅延時間は、明らかに $t_r/2$ を越えています。雑音は 0.5 [cm] より長い線路に対しては飽和しており、わずか 4–8 [%] です。最後に小さい抵抗の線路、 K_B は 0.20、 $R = 35.5 [\Omega/cm]$ の線路は 48–254 [ps] の立ち上がり時間です。遅延時間は $t_r/2$ より大きいので、雑音は簡単に飽和し 24–30 [%] です。

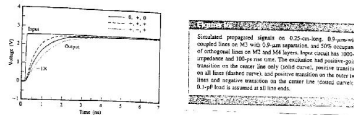


図 6.17 方向の違いによる遅延特性

サイト 4B' (0.9 [μm] の幅と間隔) の非常に幅と間隔が狭い線路の強い容量結合は、同じように隣接線路の遅延に影響を与えます。図 6.16 は、一つの線路のみが正方向へ伝送する場合、三つ線路が正方向へ伝送する場合、二つが正方向で真ん中の線路が逆方向へ伝送する場合の三つの線路の影響を示しています。三つの線路が同じ位相で駆動されているとき、相互容量は蓄積されません。そして真ん中の線路の有効容量は、 $C_{22} - 2C_{12}$ です。真ん中の線路が外側の線路の位相と外れて動作していると、有効容量は $C_{22} + 2C_{12}$ です。逆位相信号の場合遅延は、単一の場合に対して 45 [%] 上昇します。同様に同じ極性 ($K_C = 0.24$) が用いられている場合、遅延は 29 [%] 減少します。

様々な数表現と便利な近似

ここでは、数の様々な表現について述べています。

1 数の表現

数を表現するとき、国によってその表現が異なります。様々な表現について述べておきます。

1.1 10のべき

国際単位系 (System Internationale d'Unites:SI) に定められている10のべき

数値	名称 (記号)	呼び方	数値	名称 (記号)	呼び方
10^{18}	exa(E)	エクサ	10^{-1}	deci(d)	デシ
10^{15}	peta(P)	ペタ	10^{-2}	centi(c)	センチ
10^{12}	tera(T)	テラ	10^{-3}	milli(m)	ミリ
10^9	giga(G)	ギガ	10^{-6}	micro(μ)	マイクロ
10^6	mega(M)	メガ	10^{-9}	nano(n)	ナノ
10^3	kilo(k)	キロ	10^{-12}	pico(p)	ピコ
10^2	hecto(h)	ヘクト	10^{-15}	femto(f)	フェムト
10^1	deca(da)	デカ	10^{-18}	ato(a)	アト

表 10 SI 単位

1.2 英米語の数詞

英米語の数詞を述べておきます。billion から英語と米語とで値が異なっていることに注意が必要です。

名称	米語	英語	名称	米語	英語
ten	10^1	10^1	decillion	10^{33}	10^{60}
hundred	10^2	10^2	undecillion	10^{36}	10^{66}
thousand	10^3	10^3	duodecillion	10^{39}	10^{72}
million	10^6	10^6	tredecillion	10^{42}	10^{78}
billion	10^9	10^{12}	quattuordecillion	10^{45}	10^{84}
trillion	10^{12}	10^{18}	quindecillion	10^{48}	10^{90}
quadrillion	10^{15}	10^{24}	sexdecillion	10^{51}	10^{96}
quintrillion	10^{18}	10^{30}	septendecillion	10^{54}	10^{102}
sextrillion	10^{21}	10^{36}	octodecillion	10^{57}	10^{108}
septillion	10^{24}	10^{42}	novemdecillion	10^{60}	10^{114}
octillion	10^{27}	10^{48}	vigintillion	10^{63}	10^{120}
nonillion	10^{30}	10^{54}	centillion	10^{303}	10^{600}

表 11 英米語の数詞

1.3 Latin 数字

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
mono	di	tri	tetra	penta	hexa	hepta	octa	nona	decca

表 12 Latin 数字

2 よく用いられる数値

電気電子回路において、よく用いられる数値について述べておきます。

.2.1 平方根

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{6} \cong 2.4494897$
$\sqrt{2} \cong 1.4142136$	$\sqrt{7} \cong 2.6457513$
$\sqrt{3} \cong 1.7320508$	$\sqrt{8} \cong 2.8284271$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{5} \cong 2.2360680$	$\sqrt{10} \cong 3.1622777$

表 13 平方根

.2.2 常用対数

$\log 1 = 0$	$\log 6 \cong 0.7781513$
$\log 2 \cong 0.3010300$	$\log 7 \cong 0.8450980$
$\log 3 \cong 0.4771213$	$\log 8 \cong 0.9030900$
$\log 4 \cong 0.6020600$	$\log 9 \cong 0.9542425$
$\log 5 \cong 0.6989700$	$\log 10 = 1$

表 14 常用対数

.2.3 自然対数

$\ln 1 = 0$	$\ln 6 \cong 1.7917595$
$\ln 2 \cong 0.6931472$	$\ln 7 \cong 1.9459102$
$\ln 3 \cong 1.0986123$	$\ln 8 \cong 2.0794415$
$\ln 4 \cong 1.3862944$	$\ln 9 \cong 2.1972246$
$\ln 5 \cong 0.1.694379$	$\ln 10 \cong 2.30258511$

表 15 自然対数

2.4 特殊で便利な数学

ここでは、さまざまな数学定数のうち、最も良く用いられる数値を掲載しておきます。

$$e = 2.71828183$$

$$\pi = 3.14159265$$

$$\log e \cong 0.43429$$

$$\ln 10 \cong 2.3026$$

周波数の分類と物理定数

ここではアナログ信号を取り扱う場合において、周波数の分類や物理定数について記述しています。

3 信号の分類と名称

色々な分け方が考えられますが、ここでは昔から行われている周波数の分類とその名称の付け方について述べています。

3.1 周波数の分類と名称

周波数は、取り扱う領域によって次の表 16 のように分類されています。

名称	周波数領域 [MHz]	波長 [m]
<i>HF</i>	3 ~ 30	100 ~ 10
<i>VHS</i>	30 ~ 300	10 ~ 1
<i>UHS</i>	300 ~ 1,000	1 ~ 0.3
<i>L</i>	1,000 ~ 2,000	0.3 ~ 0.15
<i>S</i>	2,000 ~ 4,000	0.15 ~ 0.075
<i>C</i>	4,000 ~ 8,000	0.075 ~ 0.0375
<i>X</i>	8,000 ~ 12,000	0.0375 ~ 0.025
<i>Ku</i>	12,000 ~ 18,000	0.025 ~ 0.0167
<i>K</i>	18,000 ~ 27,000	0.0167 ~ 0.0111
<i>Ka</i>	27,000 ~ 40,000	0.0111 ~ 0.0075

$c = 3.0 \times 10^8$ [m/sec] の場合

表 16 周波数の分類

4 物性に関する定数

ここではアナログ電気回路を学ぶ場合に必要な物理定数について述べています。

4.1 物理定数表

マックスウエルを取集場合に必ず必要となる、電気定数などについて主な定数について述べています。詳しくは市販の理科年表などが参考になると思われます。

物理定数	値	単位
素電荷	1.60210×10^{-19}	[クーロン]
ボルツマン定数	1.38054×10^{-23}	[JK^{-1}]
真空の誘電率	8.854185×10^{-32}	[F/m]
真空の透磁率	$4\pi \times 10^{-7} \cong 1.256637 \times 10^{-6}$	[H/m]
絶対温度	-273.16	[$^{\circ}C$]
シリコンの融点	1420	[$^{\circ}C$]
禁制帯の幅	1.21	[eV]

表 17 物理定数表

4.2 シリコン中の拡散係数 (理科年表から抜粋)

実際に必要となる方は、集積回路などを製造する人には必須の定数ですが、回路関係の方もある程度知っておくことが望ましい定数です。不純物などの種類によって回路素子、特に半導体の信頼性などにも関わってきます。

次の式で表現される拡散式に対して必要となる定数です。詳細については物性に関する著書などを御覧ください。

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{U}{RT}\right)$$

不純物	D_0 [cm^2/sec]	U [$kcal/mol$]
B	10.5	85
Al	8.0	80
Ga	3.6	81
In	16.5	90
P	10.5	85
As	0.32	82
Sb	5.6	91
Fe	6.2×10^{-3}	20
Au	1.1×10^{-3}	25.8

表 18 シリコン中の拡散係数

参考文献

- [1] 新原盛太郎, 「SPICE とデバイス・モデル」, CQ 出版, 2005.
- [2] shinbara, Amplitude Modulation, U.S. Patent No, 4-547-752, 特公昭 58-171105, 1995.
- [3] 新原盛太郎, 「電気回路基礎」、アマゾン電子書籍、2019.
- [4] 新原盛太郎, 「アナログ回路設計法」、アマゾンペーパーバック、2022.
- [5] 新原盛太郎, 「設計のための電気」、アマゾンペーパーバック、2022.

索引

RC 分割モデル, 71

アルミニウム, 3

アルミ配線, 26

アンテナ, 4

EMI, 4

EMC, 4

位相定数, 86

一次元波動方程式, 19

immunity, 4

インダクタンス, 82

FM 雑音, 90

Elmore の理論, 45

オーバーシュート, 93

遅れ時間, 72

重み関数, 54

ガウス誤差関数, 50

拡散時定数, 74

カットオフ周波数, 81

紙フェノール, 2

ガラエポ, 2

奇数モード, 33, 45

奇数モード特性インピーダンス, 38

極点, 52

キルヒホッフの法則, 18

金属膜, 84

偶数モード, 33, 45, 89

偶数モード特性インピーダンス, 38

駆動回路, 72

クロストーク, 40, 72, 85, 90, 92, 96

結合係数, 37

結合線路, 81, 94

結合伝送路, 34

結合容量, 84

後進波, 19

コ・プレーナ構造, 88

コロージョン, 3

シグナル・インテグリティ, 4

自己容量, 83

システム関数, 50

時定数, 53

時定数密度関数, 54

自由空間, 10

終端インピーダンス, 19

終端条件, 74

集中定数, 4

集中定数, 17

小損失伝送路, 25

シリコン, 84

進行波, 19, 74

ステップ関数, 49

ストリップ線路, 29, 33

正規化インピーダンス, 22

整合, 36

静電界, 25

接地レファレンス平面, 84

セラミック, 2

ゼロ点, 53

線路長, 45, 68, 71

線路容量, 82

双極子, 12

相対誘電率, 74

- ダイポール, 12
 ダイポール密度関数, 55
 ダイヤモンド, 2
 多層基板, 5
 立ち上がり時間, 49, 72, 88, 92, 94
 立ち下がり時間, 49

 遅延, 63, 88
 遅延時間, 49, 67, 96
 直列インダクタンス, 25
 直列抵抗, 26

 TEA モード, 71
 TEM 波, 25, 33
 定在波比, 21
 定在波比, 22
 テイラー展開, 18
 テフロン, 2
 デルタ関数, 58
 電圧定在波比, 21
 電圧透過係数, 21
 電圧波, 25
 電圧反射係数, 20
 電気長, 35, 40, 81
 伝送遅れ時間, 41
 伝送線路, 7, 25, 30, 63, 71, 92
 伝送速度, 38
 伝送遅延, 86, 89
 伝送遅延時間, 42
 伝送パルス, 89
 伝送路, 31, 66, 79
 伝達関数, 46, 53
 伝導電流, 78
 伝導率, 25
 伝播定数, 26
 伝播定数, 25, 45
 電流透過係数, 21
 電流波, 25
 電流反射係数, 20
 電力線路, 76
 電力損失, 25
 電力バスライン, 75

 同軸プローブ, 85
 透磁率, 29
 導電性層, 84
 導電率, 26
 特性インピーダンス, 19, 24, 29, 33, 81

 鉛フリー, 5

 near-end 雑音, 74
 入力インピーダンス関数, 52

 配線, 2
 配線密度, 74
 バス, 84
 パワー・バス, 71
 反射, 86
 反射係数, 22
 反射波, 19, 42, 74, 90
 半田, 5

 ビットライン, 69
 表皮効果, 74, 79
 表皮の厚み, 79

 fa-end 雑音, 74
 負荷線路, 88
 負荷容量, 42
 不平衡, 81
 プリント基板, 1
 分極電流, 78
 分散, 33, 88
 分布定数, 4
 分布定数線路, 17, 71
 分布 4 極フィルタ, 80

 平行線路, 94
 並列共振関数, 51
 並列コンダクタンス, 26
 並列容量, 25

 ボード線図, 59
 保護膜, 83
 ポテンシャル差, 26

 マイクロストリップ線路, 30
 Maxwell, 3, 7

 密度関数, 52

 無損失, 29
 無損失線路, 23

 有効誘電率, 30, 38
 誘電体, 29

誘電体損失, 25
誘電率, 29
誘導係数, 75
誘導性, 23, 74
有利型関数, 52

容量性, 23, 74

radiation, 4
ラプラス変換, 61

リングング, 45, 51

rooftop 基礎関数, 78

あとがき

プリント基板を中心にまとめてみましたが、同じことはICにも当てはまります。大きな違いは綿製と誘電率と言うことになります。

少しでもこの著書が役に立つことを祈って、終わりとしたいと思います。

2008年 新原 盛太郎