

まえがき

この著書は信頼性工学の初歩について記述しています。信頼性工学とは正にその名の通り部品やシステムの信頼性を扱う学問です。ただ信頼性を扱うといっても、信頼性の何たるかを理解していなければイメージとして湧かないでしょう。信頼性とはある部品もしくは部品を組み合わせて出来ているシステムが故障を生じること無く、正常に動作する確率や、どの様にすればより安定した動作を行わせることが出来るかを数学的に厳密な形で求めていく学問です。よって信頼性を学ぶためには確率・統計の知識が必要です。と言うのも信頼性は正に確率であり、確率・統計で得られた数式や定理を現実の問題に当てはめた場合、信頼、不信頼という概念を信頼性の立場からどのように解釈されるかと言う学問だからです。

ただし信頼性工学は信頼、不信頼が生じる原因そのものについては何等考察することはしません。例えばトランジスタが故障したとき、なぜトランジスタが故障したかとか、故障の原因はどのようなメカニズムであったかとか言うことについては何等考察を行いません。これらの問題はその分野の学問に任せ、信頼性工学では故障が発生する確率を出発点にして、さらに今後部品なりシステムなりの信頼性の向上をめざす為にはどうすれば良いかについて考えていくのです。

目次

まえがき	i
第 1 章 信頼性工学の歴史	1
第 2 章 信頼性の基礎	3
2.1 故障の形	3
2.2 確率の基礎	6
2.3 信頼性の定義	7
2.4 時間と信頼度の近似関係	17
2.5 不連続時間の信頼度	21
第 3 章 分布関数	23
3.1 指数分布	23
3.2 正規分布	26
3.3 ポアソン分布	28
3.4 ワイブル分布	30
第 4 章 システムの信頼性	33
4.1 システムの種類	33
4.2 直列システム、並列システム	37
4.3 信頼性の向上 (1)	39

4.4	信頼性の向上（2）	44
第5章	信頼性におけるベイズの定理	55
5.1	特殊なシステム	55
5.2	直列システムへの適用	58
5.3	並列システムへの適用	59
第6章	故障の表現	63
6.1	故障の分類	63
6.2	摩耗故障	65
第7章	偶発故障と摩耗故障との結合関係	79
7.1	少数事象の場合	79
7.2	多数事象の場合	81
第8章	初期故障と寿命関数	89
8.1	摩耗故障を含まない場合	89
8.2	摩耗故障を含む場合	97
第9章	メンテナンス、アベイラビリティ、依存度	99
9.1	メンテナンス	99
9.2	アベイラビリティ	104
9.3	依存度	105
第10章	経営的手法	107
10.1	FMEA (failure Mode and Effects Analysis)	107
10.2	FTA (Failure Test Analysis)	111
10.3	デザインレビュー	116
第11章	品質保証体系	119
11.1	品質保証の段階	119

11.2	半導体の品質保証	123
11.3	規格	124
第 12 章	半導体物理	131
12.1	最大定格	131
12.2	電力及び熱	138
12.3	ストレスによる劣化式	145
12.4	サージ	147
12.5	その他の現象	150
付録 A	付録	153
A.1	定義	153
A.2	標本	157
A.3	推定	159
A.4	検定	165
参考文献		167

目次

2.1	バスタブ曲線	4
2.2	$R(t)$, $Q(t)$ の関係を示す図	11
2.3	標準化された信頼度図	18
4.1	並列接続の効果を示す図	43
4.2	スタンバイ・システム	44
4.3	スタンバイ状態の発電機	51
5.1	例	56
5.2	直並列ブロック	56
5.3	直列接続	58
5.4	並列システム	59
5.5	4つの並列システム	60
6.1	故障の分類	64
6.2	指数型、正規型	66
6.3	指数型、正規型の不信頼度曲線	68
6.4	指数型、正規型の信頼度曲線	69
6.5	a prior probability of failure	70
6.6	規格化された故障率	72

7.1	$m > M$ の場合	80
7.2	$m < M$ の場合	80
7.3	時間 T_0 後の信頼度	81
7.4	単体、多数の場合の摩耗故障の比較	82
7.5	白熱電球の分布	83
7.6	各世代の分布	83
7.7	故障の安定化	84
8.1	substandard と standard の強度分布	91
8.2	均一でない強度分布の場合	92
8.3	システムの故障率の変化	95
10.1	F T A で用いられる記号	114
10.2	2つの要因が並列の場合	115
10.3	元の F T 図	115
10.4	簡略された F T 図	115
11.1	品質保証体系	124
11.2	品質保証の確認工程	125
11.3	信頼性試験の種類と内容 (1)	126
11.4	信頼性試験の種類と内容 (2)	127
11.5	信頼性試験試験結果	128
11.6	判定基準	129
11.7	2SC1815	130
12.1	耐電圧測定回路	136
12.2	コレクタ・エミッタ間耐圧	136
12.3	熱等価回路	140
12.4	放熱板がある場合の熱等価回路	141
12.5	容量を考慮した熱等価回路	142

12.6	電圧波形	143
12.7	過渡応答特性	143
12.8	金属の熱抵抗	145
12.9	サージ試験法	148

表目次

2.1	時間と信頼度の近似関係	19
4.1	故障率	38
10.1	C_1 の評価点	110
10.2	C_2 の評価点	110
10.3	C_3 の評価点	111
10.4	C_S と故障等級の関係	111
11.1	品質表	121
11.2	品質機能展開	121
12.1	最大定格の例	132
12.2	熱抵抗	144
12.3	活性化エネルギー	147

第 1 章

信頼性工学の歴史

信頼性工学の歴史はそう古い話ではありません。第 2 次大戦中当時のドイツが V-2 ロケットを使用してイギリスを攻撃したとき、ロケットの信頼度を計算したことに始まると言われています。また当時輸送物資の信頼性を向上するためアメリカにおいて信頼性工学が本格的に研究されるようになり、特にアメリカにおいて信頼性工学として発展することとなりました。

1952年 アメリカ国防省の研究グループ AGREE(Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment) は信頼性に関する装置、信頼度の測定法、仕様書作成、輸送や保管の問題など九つのグループに分かれ研究を行いました。この成果は1957年に報告書の形で纏められました。

1954年 第 1 回信頼性と品質管理 のシンポジウムがニューヨークで開催されました。

1955年 日本科学技術連盟に信頼性研究委員会が設立されました。

1957年 信頼性の基礎となった、AGREE による報告書の提出。

1962年 第 1 回の Symposium on physics of failure in electronics がシカゴで開催された。

ケネディ大統領による消費者擁護政策。

1965年 IEC(International Electrotechnical Commission) に信頼性、保全性の技術委員会TC56が設置されました。

1966年 自動車のリコール制度の制定 (米国)

1969年 JIS C5003、電子部品の故障率試験法制定、自動車のリコール制度の制定 (日本)

1970年 JIS Z8115、信頼性用語制定

1987年 ISO 9000 の制定

1995年 日本における製造物責任法 (PL法) の制定

信頼性の歴史ではありませんが、信頼性に大きく関わる製品として、アメリカが開発した高信頼管と呼ばれる真空管がある。当時高射砲の砲弾は何かの対象物に衝突するときのみさく裂するように出来ています。それに対して高信頼管を用いた高射砲の砲弾は、対象物がある範囲に近づいたときにさく裂するのです。この発明は画期的でありました。なぜなら高射砲の砲手は必ずしもねらいを定めて砲撃しなくとも、敵の飛行機を撃ち落とすことが出来たからです。よってこの発明によって戦局は大きく変化せざるを得なかった。この研究は後に終戦後日本の科学者によって研究されることとなり日本における信頼性研究の始まりとなりました。

第 2 章

信頼性の基礎

この章では本格的に信頼性工学を扱う前の基礎的な原理、現象について話を進めていくことにします。数学的な取り扱いについては第 3 章以降となりますが、その前に信頼性において用いる主な用語などの解説から始めます。

2.1 故障の形

どの様にうまく設計され、どの様にうまく点検されていても、製品の故障を完全に無くすことは出来ません。信頼性においてはこれらの故障を三つに分けて考えています。それは多くの製品や部品は次のような故障の起こり易さ（故障率）のバスタブ曲線図 2.1 を示すからです。バスタブ曲線という言葉は、この曲線がちょうど西洋の風呂桶を輪切りにしたときの断面に似ていることから、そのような名前が付けられています。

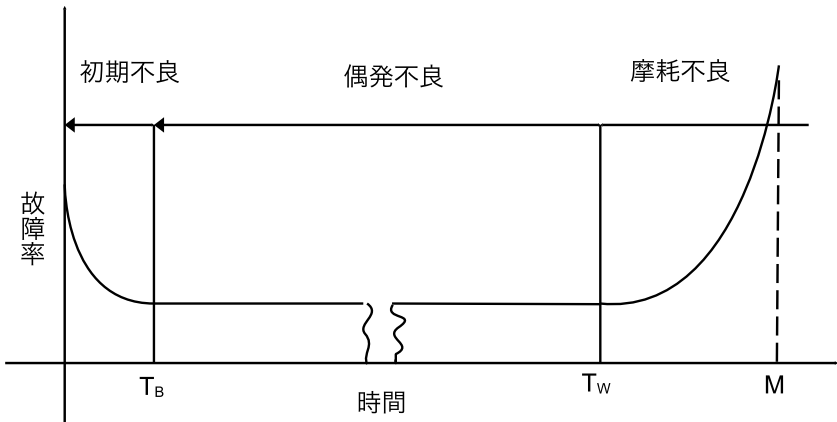


図 2.1 バスタブ曲線

この曲線については、第6章以降で詳しく説明を行います。ここでは簡単に話をしておきます。

部品あるいは製品の不良は、大きく三つに分類されます。一つは初期不良 (Initial Failure) と呼ばれる不良で、製造工程の不備などにより起こり易い故障です。二つめは摩耗不良 (Wearout failures) と呼ばれる故障で、使用するうちに擦り切れて故障となる不良です。三つめは偶発不良 (Chance failures) と呼ばれる不良で、突然発生する不良です。

信頼性においては、これら三つの不良の領域は次の二つの理由により区別して取り扱われます。

1. これら三つの統計分布が異なり、数学的取扱い方が違うこと。
2. 異なった不良削減方法が取られること。

例えば摩耗不良はその時間平均値の回りに集中して分布しているであろうし、そのことによって数学的に計算することが出来る。しかし初期不良や、突発不良は、ある時間平均値の回りに集中していることは無く、でたらめの間隔で不良が発生する。

ここで故障と言う言葉を使っているため、何かの製品についての話しかけと思いがちであるが、この信頼性工学は総てのものあるいは製品について当てはまる。例えば人間の場合について考えると、誕生したばかりの赤子は死亡率が高く、青年になると死亡率は極端に低下する。勿論戦争などがあった場合は別である。更に老年になると平均寿命を境にして死亡率が急に高くなる。このことから直感的に人の生涯はバスタブ曲線となることが予想される。このように信頼性工学は、別に製品ばかりに適用することが出来るのではなく、あらゆる物の生涯を推測する事に使うことが出来る学問であることが判るであろう。

以上についての数学的取り扱いの詳細については、第 6 章以降に述べている。

2.1.1 信頼性の定義

信頼性の話を進めるためには、信頼性とはいったい何なのかをはっきりしておくことが大切である。そのためまず初めに信頼性の定義から始める。

「信頼性とはある事象がその時にその機能を十分に果たしている確率である」

”Reliability is the probability of a device performing its purpose adequately for the period of time intended under the operating conditions encountered”

この言葉だけでは余りにも抽象的であるので、まだピンとは来ないと思う。これから信頼性について徐々に説明をしていくので、次第にイメージがはっきりしてくるであろう。

次の節から信頼性工学において用いられる用語とその定義について述べていく。

2.2 確率の基礎

信頼度、不信頼度の話をする前に、確率の話から始めることにする。その理由は信頼性工学の学問体系は、確率・統計における数学的基礎の上に成り立っているからである。

A, Bという事象が与えられているとき、AがX個、BがY個の場合、その中からランダムに1個取ったときAが現れる確率、Bが現れる確率は各々次のように与えられることは、確率の理論で述べられていることである。

$$P(A) = \frac{X}{X+Y} \quad (2.1)$$

$$P(B) = \frac{Y}{X+Y} \quad (2.2)$$

これらの値は近似ではあるが、取り扱う事象の数が多い場合には真値に近づいてくる。これらの事実は「ベルヌーイの大数の法則」によって証明されることも確率理論から得られている。

次にある数値が確率であるために必要な公理について、次に述べておく。

2.2.1 確率の公理

確立を表すためには次の3つの公理を満足しなければならない。

$$\text{公理 1 : } P(A) \geq 0 \quad (2.3)$$

$$\text{公理 2 : } P(S) = 1 \quad S \text{ は全ての事象を示す。} \quad (2.4)$$

$$\text{公理 3 : } P\left(\sum A_n\right) = \sum P(A_n) \quad (2.5)$$

公理3はN個の事象、 $n = 1, 2, \dots, N$ (Nは無有限大であっても良い)がある標本空間Sについて定義され、 $A_m \neq A_n \neq 0$ という性質を全 $m \neq n$ に対して持つとき、その様な事象に適用されるものである。この公理は、相互排反ないくつもの事象の和に等しい事象の確率が、個々の事象の確率の和に等しいことを述べている。

信頼性ではパラメータは時間であり、確率の考えからいくと確率過程となる。この場合連続的確率過程、もしくは離散的確率数列となる。しかしここでは確率過程の定理については述べない。

次に信頼性工学においても分布関数の概念を用いるため、確率における分布関数の定理について述べておく。

2.2.2 累積確率分布関数

累積確率分布関数（単に分布関数とも呼ばれる）は次の式によって定義される。

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (2.6)$$

この分布関数は次の式を満足する。

$$(1) F(-\infty) = 0 \quad (2.7)$$

$$(2) F(\infty) = 1 \quad (2.8)$$

$$(3) 0 \leq F(x) \leq 1 \quad (2.9)$$

$$(4) x_1 < x_2 \text{ のとき } F(x_1) \leq F(x_2) \quad (2.10)$$

$$(5) P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1) \quad (2.11)$$

$$(6) F(x^+) = F(x) \quad (2.12)$$

(2.7)(2.8)(2.10)(2.12) 式は、ある関数が分布関数であるかどうかを検証するためにも用いられる。

2.3 信頼性の定義

この節では、信頼性工学において用いられる各種定義について述べている。

2.3.1 信頼度・不信頼度

信頼性工学においては、確率の公理に出てくる事象としては良品（正常品） N_s と不良品（故障品） N_f の2つの場合だけである。全数を N_0 とすれ

ば、次の式が成立する。

$$N_s + N_f = N_0 \quad (2.13)$$

この両辺を N_0 で割ると次式が得られる。

$$\frac{N_s}{N_0} + \frac{N_f}{N_0} = 1 \quad (2.14)$$

ここで

$$\frac{N_s}{N_0} = A_1, \quad \frac{N_f}{N_0} = A_2 \quad (2.15)$$

と置くことによって、これらの式が (2.3)(2.4)(2.5) 式を満足していることが判る。

信頼性を表す指標としての確率は信頼度 $R(t)$ と呼ばれている。その定義は次のように与えられている。

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N_0} \quad (2.16)$$

N_0 : 全事象の数

$N_s(t)$: 時間 t で正常に動作している事象の数

つまり全数正常に動作している事象があり、ある時間が経過したとき、そのうち $N_s(t)$ 個が正常に動作しているとする。このとき正常に動作している個数を全数で割った値を信頼度と定義するのである。

この式は次のように解釈することもできる。 N_0 個の事象があった場合、そこから1個を取り出したとき、それが故障している確立である。

以上より時間ゼロのとき全ての事象が正常に動作しているので、そのときの信頼度として

$$R(0) = 1 \quad (2.17)$$

となる。勿論全ての事象がまともに動作しなくなった場合の信頼度は、無限大の時間のときに発生するとして

$$R(\infty) = 0 \quad (2.18)$$

となる。実際は無限大の時間ではなく、ある有限の時間と思われるが、取扱いの便宜上無限大時間を基準に考えることにする。

これに対して不信頼度という概念も考えられて次のように定義されている。

$$Q(t) = \frac{N_f(t)}{N_0} \quad (2.19)$$

$N_f(t)$: 正常に動作しない事象の数

ここで同じ事象が正常かつ故障ということはないので (2.14) 式から、 $R(t)$ 、 $Q(t)$ の間には次の関係式が成り立つ。

$$R(t) + Q(t) = 1 \quad (2.20)$$

さらにいったん故障した事象は再び自動的に生き返ると言うような、S F の幽霊の様な現象は考えないことにする。そうすると今までの説明から、信頼度、不信頼度について次のような性質が得られる。

信頼度の特徴

1. 信頼度の定義から判るように、人が手を加えない限り動作しなくなった事象が動作するようになることは無いので信頼度は必ず減少関数である。
2. 時間ゼロでは信頼度は1である。
3. 無限大時間においては信頼度ゼロである。

不信頼度の特徴

1. 不信頼度は必ず増加関数である。
2. 時間ゼロでは不信頼度はゼロである。
3. 無限大時間においては不信頼度は1である。

2.3.2 故障密度関数

故障密度関数は不信頼度の時間微分で定義される。

$$q(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \left[-\frac{dR(t)}{dt} \right] \quad (2.21)$$

この定義より故障密度関数は単位時間に不良となる事象の割合を示していることになる。この故障密度関数を利用して、次の式を考える。

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt \quad (2.22)$$

この(2.22)式は(2.7)~(2.12)式すべてを満足する。ただしマイナス無限大の代りにゼロを考えるものとする。よって(2.22)式は分布関数を表していることになる。

ある有限時間間隔を考えると(2.21)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{Q(t+dt) - Q(t)}{dt} \\ &= \frac{N_f(t+dt) - N_f(t)}{N_0 dt} \end{aligned} \quad (2.23)$$

この式を用いて実際の現象から故障密度関数を求めるには、ある時間間隔の間に増加する故障数をその時間間隔と全数とを掛けたもので割った値によって与えられる。

(2.21)式から次の関係式が得られる。

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt \quad (2.24)$$

この式と(2.22)式とから不信頼度はそのまま分布関数にもなっていること

が判る。また故障密度関数を用いて信頼度は、次のように表される。

$$\begin{aligned}
 R(t) &= 1 - \int_0^t q(t) dt \\
 &= \int_0^\infty q(t) dt - \int_0^t q(t) dt \\
 &= \int_t^\infty q(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

これらの関係式をグラフで示すと図 2.2 となる。

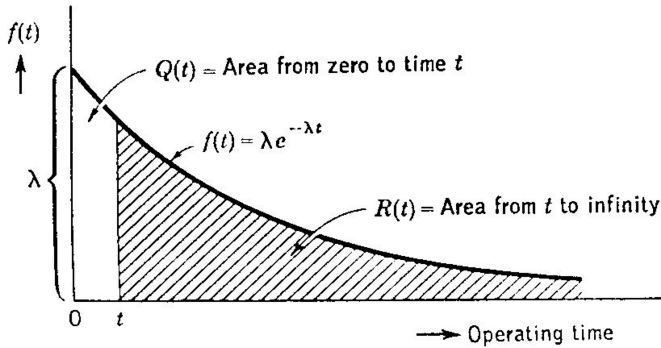


図 2.2 $R(t)$, $Q(t)$ の関係を示す図

2.3.3 故障率

信頼性を考える場合事象の正常動作数とか故障数とかいった数量に関係せず、時間当たりどのくらいで信頼性が変化するかといった指標が必要になってくる。その指標は故障率として与えられる。

現在正常に動いている事象の中で次にどのくらいの割合で単位時間当たり不良が発生するかを表す指標が故障率である。つまり時間 t のとき正常な事象が N_s 個あるとすると $t + dt$ 時間では、正常な事象の数は $N_s(t + dt)$ とな

る。よってこの間に $N_s(t) - N_s(t + dt)$ 個の不良数となる。この値を時間 t のとき正常な数で割り、更に単位時間当たりを考えることによって故障率が与えられる。以上の定義から時間 $t + dt$ とを考えると故障率 λ は

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{N_s(t) - N_s(t + dt)}{dt N_s(t)} \\ &= -\frac{dN_s(t)}{dt N_s(t)} = \frac{dN_f(t)}{dt N_s(t)}\end{aligned}\quad (2.26)$$

この式から故障率は時間 t において良品であった事象が故障となる時間的割合を示していることになる。

故障率が一定 $\lambda = \lambda_0$ の場合 (2.26) 式から $dN_s(t)/(N_s dt) = -\lambda_0$ であるので

$$\begin{aligned}\frac{d(\ln N_s)}{dt} &= -\lambda_0 \\ \ln N_s &= -\lambda_0 t + C\end{aligned}$$

$t = 0$ のとき $N_s(t) = N_0$ であるから

$$\ln N_s = -\lambda_0 t + \ln N_0$$

$$\text{then } \lambda_0 = \frac{-1}{t} \ln \left(\frac{N_s}{N_0} \right) = \frac{-1}{t} \ln R(t) \quad (2.27)$$

(2.26) 式の分母分子に N_0 を掛けて (2.16)(2.19)(2.21) 式を用いると、次の式によって表現することが出来る。

$$\lambda(t) = \frac{q(t)}{R(t)} \quad (2.28)$$

この式から故障率は故障密度関数を信頼度で割ることにより得られることが判る。(2.21) 式から (2.28) 式は次のように変形することが出来る。

$$\lambda(t) dt = -\frac{dR(t)}{R(t)} \quad (2.29)$$

この式の両辺を積分すると

$$R(t) = \exp\left[-\int \lambda(t)dt\right] \quad (2.30)$$

積分定数は信頼度の定義から与えられるが、故障率が時間に依存しなく一定の場合 (2.30) 式は

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \quad (2.31)$$

となる。この結果は (2.27) 式と同じであることに注意。また (2.30) 式の場合 λ は、任意の時間関数でもかまわない。

2.3.4 M T T F (mean time to failure)

MTTF とは故障するまでの平均時間のことを言っている。この平均時間は次のようにして求められる。

時間 t のときの不良の数は $N_f(t)$ にて与えられる。またそれから dt 時間後の不良の数は $N_f(t+dt)$ によって与えられる。ここから $N_f(t+dt) - N_f(t)$ 個の不良が発生していることになる。つまり時間 t から時間 $t+dt$ の dt 時間の間に $N_f(t+dt) - N_f(t)$ 個不良になるのである。よって不良になる時間は次の式で与えられる。 dt は非常に短い時間を表しているとする、この不良になった事象は t 時間まで良品であったことになる。よって時間 t から $t+dt$ 時間までの間に不良となった事象がその時間 t まで良品であった総時間つまり個数掛ける時間は

$$[N_f(t+dt) - N_f(t)]t$$

この式を時間ゼロから無限大まで積分してやると、総時間が出るがこの値は全数 N_0 個の時間を表している。よって 1 個当たりの時間を求めるためには、この式を全数 N_0 で割ってやらねばならない。以上より次の式が得られる。

$$d(MTTF) = \frac{[N_f(t+dt) - N_f(t)]t}{N_0}$$

上の式右辺の分子は、次のように変形することが出来る。

$$[N_f(t+dt) - N_f(t)]t = \left[N_f(t) + \frac{dN_f(t)}{dt}dt - N_f(t) \right]t$$

この式から

$$d(MTTF) = \frac{t}{N_0} \frac{dN_f(t)}{dt} dt = tq(t)dt$$

この式から MTTF は次の式によって与えられる。ただし時間ゼロでの MTTF をゼロとしている。

$$(MTTF) = \int_0^{\infty} tq(t)dt \quad (2.32)$$

この式は (2.16) 式を用いて部分積分をすることにより、次のような関係が得られる。

$$\begin{aligned} (MTTF) &= \int_0^{\infty} R(t)dt \\ &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} N_s(t)dt \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.3.5 累積ハザード関数

(2.30) 式から信頼度は、次のようにも表現することが出来る。

$$R(t) = \exp[-H(t)] \quad (2.34)$$

ただし

$$H(t) = \int_0^t \lambda(t)dt \quad (2.35)$$

であり $H(t)$ は累積ハザード関数と呼ばれる。

2.3.6 総観測時間（総試験時間、コンポーネント・アワー、ユニット・アワー）

時刻 t での正常に動作している事象の数を $N_s(t)$ としたとき、時間 t の時点までの総時間数は、次の様に表すことが出来る。

$$T = \int t N_s(t) dt \quad (2.36)$$

この総観測時間と言うのは、どのような試験を行おうとも観測が完了した時点での累積時間のことを言っている。

この総観測時間を表現する場合に3つの方法がある。

1. 一定個数打ち切り

これは試験を行っている内、ある決められた個数の故障が発生した時点で試験を中止する方法である。この場合の総観測時間は、その時点で既に故障してしまった事象の全ての生存時間と、その時点で正常に動いている事象の数にそのときの時間を掛け合わせたものを加え併せた時間が総観測時間となる。

2. 一定時間打ち切り

これは事象の正常、故障に関わらずある時間が来ると試験を中止する方法である。この場合の総観測時間は、その時点で既に故障してしまった事象の全ての生存時間と、その時点で正常に動いている事象の数にそのときの時間を掛け合わせたものを加え併せた時間が総観測時間となる。

3. 修理をしながら試験を続け、ある時間がきたら打ち切る

この場合には、故障した場合直ちに修理を行うため、全ての事象はあたかも故障しないかのように取り扱うことが出来る。よって総観測時間は、試験を取りやめたときの時間に事象の数を掛けることによって与えられることになる。

2.3.7 MTBF (mean time between failures)

MTBF は次の式によって定義される。

$$(MTBF) = \frac{N_s(t)dt}{N_s(t) - N_s(t+dt)} \quad (2.37)$$

この式は、ある時間 t に $N_s(t)$ 個正常に機能を果たしていたとき、 dt 時間後 $[N_s(t) - N_s(t+dt)]$ 個不良となるわけであるが、不良の個数で割っているということは、次に不良が発生するまでの平均時間を表している。分母分子で個数の比を取っているので時間の単位となっている。つまり MTBF とは不良が発生して次に不良が発生するまでの時間の平均を表していることになる。

(2.26) 式と比較して MTBF は次式のように故障率 λ の逆数で表現することが出来る。

$$(MTBF) = \frac{1}{\lambda} \quad (2.38)$$

MTBF を故障密度関数で表すことを考える。(2.28) 式より

$$(MTBF) = \frac{1}{\lambda} = \frac{R(t)}{q(t)}$$

また故障密度関数は (2.21) 式より

$$q(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

この2つの式から信頼度 $R(t)$ を消去して、次の関係式が得られる。

$$(MTBF) = \frac{1}{q(t)} \left[1 - \int_0^t q(t)dt \right] \quad (2.39)$$

次に示す様に λ が時間によらず一定の場合 MTTF と MTBF とは同じ式となる。(2.33) 式に (2.30) 式を代入して λ が時間に寄らず一定とすると

$$(MTTF) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda} = (MTBF) \quad (2.40)$$

これから が時間に依存しない場合は (2.33)(2.40) 式より、次のように表現することも出来る。

$$(MTBF) = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (2.41)$$

useful life (事象が安定期に入り故障が減多に起こらない期間、例えば偶発故障の期間) のときは故障率は一定となり信頼度は、故障率を用いて (2.30) 式から次のように表される。

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

この式は信頼度の条件を満たしていることはすぐに判ると思う。MTBF を m と表すと (2.41) 式は

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t}{m}\right) \quad (2.42)$$

$t = m$ のとき信頼度は $R = 0.368$ となる。この信頼度は時間軸として m を用いて表現した方が便利であって、グラフに描くと次の図 2.3 のように得られる。

2.4 時間と信頼度の近似関係

ここで m が非常に大きい (λ が非常に小さい) 場合について考えておく。このとき (2.42) 式より

$$R(t) \cong 1 - \frac{t}{m} \quad (2.43)$$

不信頼度は

$$Q(t) \cong \frac{t}{m} \quad (2.44)$$

<例 1 >

以上の関係を例で示すと、次のように解釈することも出来る。事象が 1 時間当たり 0.999999 の信頼度を持つためには、MTBF は 1,000,000 時間でな

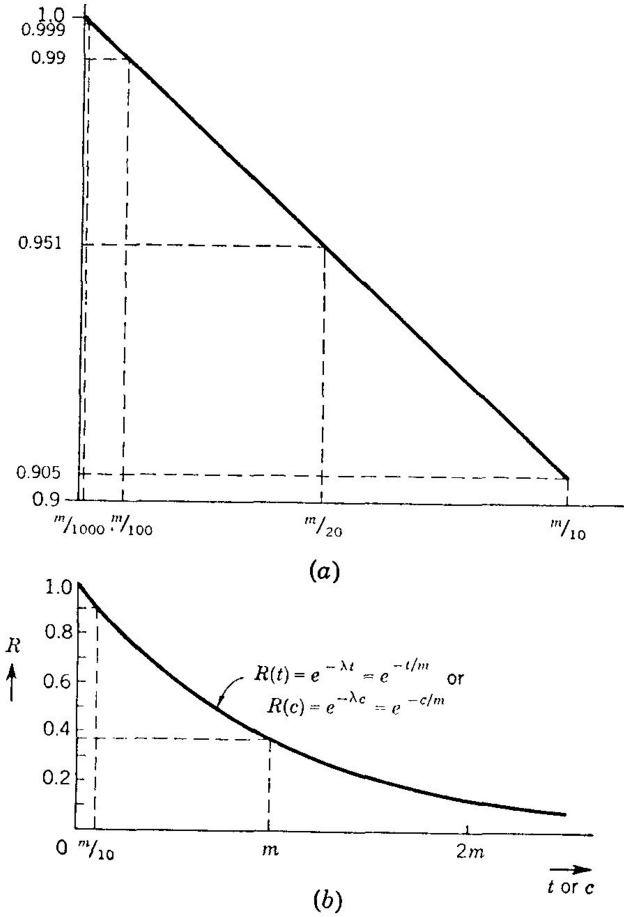


図 2.3 標準化された信頼度図

時間 (t)	信頼度 (R)	不信頼度 (Q)
$m/10$	0.9	0.1
$m/100$	0.99	0.01
$m/1,000$	0.999	0.001
$m/10,000$	0.9999	0.0001
$m/100,000$	0.99999	0.00001
$m/1,000,000$	0.999999	0.000001
$m/10,000,000$	0.9999999	0.0000001

表 2.1 時間と信頼度の近似関係

なければならない。0.9999 の信頼度であるためには MTBF は 10,000 時間であ
なければならない。

<例 2>

MTBF = 10,000 の事象で 10 時間を考えると 0.999 の信頼度となり、100
時間の場合の信頼度は 0.99 となる。

<例 3>

1 つでも不良が出るとシステム全体が不良となる場合について考えてみる。
これは第 3 章で出てくる直列システムのことを指しているが、ここでは MT
BF が大きい場合についての例を示すということからあえて載せておいた。
直列システムの所を読んだ後もう一度この例を見て欲しい。

n 個の事象がシステムの中に含まれているとし、各々の事象の MTBF が共
通の m で示されている場合には、第 3 章で述べている直列システムの場合
を適用して、システム全体の信頼度、不信頼度は次の式によって与えられる。

$$\begin{aligned}
 R(t) &= \left(1 - \frac{t}{m}\right)^n \\
 &\cong 1 - \frac{n}{m}t
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

$$Q(t) \cong \frac{n}{m}t
 \tag{2.46}$$

ここで同じ時間のときに同じ事象からなる n 個のシステムと n' 個のシステムについて考える。このとき各々の事象の MTBF は全て同じ m であるとする。この場合のシステム全体の不信頼度は (2.46) 式から各々次のようになる。

$$Q(t) \cong \frac{n}{m}t, Q'(t) \cong \frac{n'}{m}t \quad (2.47)$$

以上2つの式から

$$Q(t) = \frac{n}{n'}Q'(t) \quad (2.48)$$

この式は、事象の数が異なるが、同じ MTBF を各事象がもっている場合の不良率の間の関係式を表している。

<例4>

(2.45)~(2.48) 式から事象の信頼度と事象の数との間にはある関係式が存在することが判る。ここではそれに関する例について述べる。

時間 $t = m/1000$ のとき 0.999 の信頼度を持つ 1 つの事象を考えると、 $t = m/1000$ 時間の間 1000 個の事象が動作しているとする。999 個が生き残り、1 個が故障すると期待できる。同じ MTBF をもった事象の数が異なるシステムの場合には、2 つのシステムの事象数の比を考えることによってシステムの信頼度、不信頼度を求めることが出来る。しかしこの場合には信頼度が低すぎるため (2.45)~(2.48) 式を用いることは、少々無理がある。

<例5>

1 つの事象の MTBF を m としたとき、1 つの事象が故障してもシステム全体が故障するとした場合でシステムを構成する事象の数を 100 個とする。このシステムの MTBF は (2.47) 式から $m_{system} = m/100$ となる。 $t = m/100,000$ 時間で 100 個の事象が故障する確立（不信頼度）は (2.47) 式から

$$Q(t) = \frac{100}{m} \left(\frac{m}{100,000} \right) = 0.001$$

となる。それ故にこのシステムの場合の時間 $t = m/100,000$ での信頼度は 0.999 となる。

さらに 10 個の部品によってシステムが構成されているときは、 $t = m/100,000$ 時間内に 1 個またはそれ以上故障する確立（不信頼度）は

$$Q(t) = \frac{10}{m} \left(\frac{m}{100,000} \right) = 0.0001$$

であり、システムのこの時間での信頼度は 0.9999 である。このときの MTBF は $m_{system} = m/10$ である。以上を纏めると n 個の MTBF が m の値を持つ同じ部品から構成されているシステムの MTBF は m/n となる。

これらのことは、異なった部品の場合にも拡張できるが、それについては後で述べることにする。

2.5 不連続時間の信頼度

次に MTBF は時間の単位を必ずしも持つ必要が無いことを述べておかなばならない。ある場合には時間の単位よりもっと別な単位の方が役に立つことがある。例えばスイッチ動作を行うような部品の場合には、時間よりも繰り返し周波数の方が便利であろう。この様な場合には変数は時間ではなく繰り返し周波数となり、 m は mean number of cycles between failure であり、その逆数は failure rate per one operating cycles となる。よって次の方程式が成立する。

$$R(c) = \exp(-\lambda c) = \exp\left(-\frac{c}{m}\right) \quad (2.49)$$

これは λ が小さい場合、連続の場合と同様に次のように近似することが出来る。

$$R(c) \cong 1 - \lambda c \quad (2.50)$$

この式はテーラー展開を用いることによって得られる。

第 3 章

分布関数

この章では信頼性工学において良く用いられる 4 つの分布、指数分布、正規分布、ポアソン分布、ワイブル分布について説明する。

3.1 指数分布

この指数分布は、信頼性工学においては故障率の値が時間によらず一定の場合に現れる。故障率が一定であるという状態は、信頼性工学においては重要な条件である。

指数関数が分布関数として用いられる場合の良い点は、故障率が一定である限り事象やシステムの年齢（年齢とはその事象が現れてからの時間を指す。それに対して通常信頼性工学で用いられている時間というのは、その事象が動作を初めてからの時間を指している）に依存しないという点である。第 2 章でみたように多くの事象からできているシステムでは、事象が故障したときすぐに取り替える、あるいは適当な時期に取り替えるということを行うことによって、故障率を一定にすることができる。このように指数関数型の分布は、信頼性においては重要な分布である。指数型の分布関数は第 2 章の説明から判るように、不信頼度から与えられる。指数関数型の不信頼度は

(2.20) 式と (2.31) 式より

$$Q(t) = 1 - \exp(-\lambda t) \quad (3.1)$$

であるので、故障密度関数は次の式で与えられる。

$$q(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \quad (3.2)$$

この関数は λ が与えられると一意に決まってしまう。

事象が動作している間に、ストレスがある一定の値から別の一定の値に変化したとする。つまりある時間 t' では故障率が λ' 、時間 t'' では λ'' であるとする。この場合に全時間 $t' + t''$ での事象の信頼度は

$$R(t) = \exp(-\lambda' t') \exp(-\lambda'' t'') = \exp[-(\lambda' t' + \lambda'' t'')] \quad (3.3)$$

と与えられる。同じような考えが多くの事象からなるシステムに対しても適用できる。

<例>

この例として航空機がある。地上で待機している場合と飛行中での部品に対するストレスは違うので、(3.3) 式を適用しなければならない。また別の例としてミサイルや宇宙飛行機の場合、推進しているエンジンが動作している場合とエンジンを切り離した場合においては、衝撃、振動、熱の問題など大きく状況が違ってくる。

一方ストレスの変化で故障率が変化する場合を考えてみる。事象の強度は変わらず一定であるとすると信頼度は指数関数に従い、故障率の変化はストレスの強度が変化したときのみ生じ、その新しいストレス・レベルで再び信頼度は指数関数に従う。ここでもしストレス・レベルが元の値に戻ったとすると、事象の故障率もまた以前の値に戻る。

その他の統計密度関数と同じように、故障密度関数も平均値と呼ばれる値を持っている。この値は1次モーメントとも呼ばれ、 $tq(t)$ を積分することによって得られる。この値は次の式と (2.32) 式から判るように、MTTF と

呼ばれる値に等しくなる。

$$\int_0^{\infty} tq(t)dt = (MTTF) \quad (3.4)$$

このように指数分布（故障率が一定）の場合には (MTBF)=(MTTF) であった ((2.40) 式参照)。

故障率が一定の場合、平均値は信頼度関数を全時間範囲にわたって積分することによっても得ることが出来る。また MTBF は信頼度曲線より下にある領域の面積によって与えられた。これを次に示しておく。((2.41) 式参照)

$$m = \int_0^{\infty} R(t)dt = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t)dt = \frac{1}{\lambda} \quad (3.5)$$

この式は (3.4) 式と同じになる。これは次のようにして証明することが出来る。

$$m = \int_0^{\infty} tq(t)dt = \int_0^{\infty} t \left(-\frac{dR}{dt} \right) dt \quad (3.6)$$

この式を部分積分すると

$$m = -[tR(t)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t)dt$$

右辺の第 1 式は、全ての信頼度においてゼロである。と言うのも

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^{\infty} \lambda dt\right)$$

この式から

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} tR(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{\exp\left(\int_0^t \lambda dt\right)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

であり、無限大の時間においては、ゼロとなるからである。このとき長い時間が経過した後故障率 λ は、あるゼロよりも大きい定数になるか定常状態

に近づく。

故障率 λ を $1/m$ で置き換えると、故障密度関数、不信頼度、信頼度は各々次のようになる。

$$q(t) = \lambda \exp(-\lambda t) = \frac{1}{m} \exp\left(-\frac{t}{m}\right) \quad (3.7)$$

$$Q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{m}\right) \quad (3.8)$$

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t}{m}\right) \quad (3.9)$$

指数関数は非常に便利な関数である。それは指数関数のかけ算の指数の項は足し算となるからである。例えば故障率 λ_1, λ_2 (あるいは MTBF が m_1, m_2) である場合の信頼度のかけ算は

$$\begin{aligned} R(t) &= R_1(t) \times R_2(t) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \\ &= \exp\left[-\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)t\right] \end{aligned}$$

となる。

この規則は2つの時間についても適用することができる。(3.4)式の信頼度は2つの時間における信頼度を示している。もしこれら2つの時間における故障率が等しい場合、全動作時間 $t = t' + t''$ での信頼度は

$$R(t) = \exp[-\lambda(t' + t'')] \quad (3.10)$$

と表現できる。

3.2 正規分布

次に正規分布について考える。これは故障率が1次の時間依存性を持つ場合に現れてくる。故障率が次の式で表される場合を考える。

$$\lambda(t) = at \quad (3.11)$$

この場合の信頼度、不信頼度は (2.20)(2.30) 式から次のようになる。

$$R(t) = \exp\left(-\frac{at^2}{2}\right) \quad (3.12)$$

$$Q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{at^2}{2}\right) \quad (3.13)$$

しかしこの場合時間の出発点はゼロから始めなければならない。なぜならもしある時間を経過した時点で信頼度が最大になるならば、それ以前の時間において信頼度が上昇しなければならない。これは故障していた事象が正常に戻ることを示しているからである。

以上のことから正規分布が現れる信頼性工学上の問題として、信頼度、不信頼度ではなく故障密度関数が正規分布に従う場合があるのでこの状況について考える。この場合には故障率として次のように仮定することが出来る。故障は MTBF を m として時間 m の時にもっとも起こりやすいので

$$q(t) = A \exp[-a(t-m)^2] \quad (3.14)$$

この式を導くに当たって MTBF を一定値としたが、本来この様な関数の場合には MTBF は時間の複雑な関数となる。また (3.14) 式の分散を σ とすると (3.14) 式は次のように書き直すことが出来る。

$$q(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3.15)$$

このときの不信頼度は (2.21) 式から

$$\begin{aligned} Q(t) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt \\ &= 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで故障密度関数の全時間にわたる積分は 1 となることを利用している。この式から信頼度は次のように与えられる。

$$R(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad (3.17)$$

3.3 ポアソン分布

確率の教えるところによると二項分布は2つの事象の現れる確率の全てについて表示してくれる。しかし二項分布は時間領域での（あるいは滅多に起こらない事象の）確率についてはうまく説明してくれない。例えば雷の閃光回数について考えてみると、その排反事象である閃光しない回数というのは数えることは出来ない。この困難を解消してくれるのがポアソン分布である。二項分布に対応するのが次の式である。

$$\exp(-x)\exp(x) = 1 \quad (3.18)$$

この式は次のようにして求めることが出来る。 n 回独立試行を行って k 回起こる確率は、二項分布にしたがって

$$f(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (3.19)$$

と与えられる。ポアソン分布は p の値が小さいときに与えられる分布である。 $m = np$ と置いて(3.19)式を変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned} f(k) &= \frac{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}{k!} \left(\frac{m}{n}\right)^k \left(1-\frac{m}{n}\right)^{n-k} \\ &= \frac{m^k}{k!} \left(1-\frac{1}{n}\right) \left(1-\frac{2}{n}\right) \cdots \left(1-\frac{k-1}{n}\right) \left[\left(1-\frac{m}{n}\right)^{-n/m}\right]^{-m} \left(1-\frac{m}{n}\right)^{-k} \end{aligned} \quad (3.20)$$

ここで $n \rightarrow \infty$ の場合には次の式が成立するので

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \exp$$

(3.20)式は次のようになる。

$$f(k) = \frac{m^k}{k!} \exp(-m) \quad (3.21)$$

k について全ての場合を加え合わせると 1 となるので、(3.21) 式は

$$\exp(-m) \left(1 + m + \frac{m^2}{2!} + \frac{m^3}{3!} + \cdots \right) = 1 \quad (3.22)$$

と書き換えることができ、左辺の第 2 項は指数関数のテイラー展開となっている。以上の式から (3.18) 式が成立することが判る。また (3.22) 式を導いた経過から判るように、(3.21) 式は k 回起こる事象を示していることになる。以上より次のように言うことができる。

m を事象 A が起こる期待値（または平均値）とすると (3.22) 式の中の各項はある確率を意味するようになる。例えば $\exp(-m)$ は事象が観測されない確率、 $m \exp(-m)$ は事象が 1 度だけ観測される確率、 $(m^2/2!) \exp(-m)$ は事象が 2 度観測される確率というように。これらの確率は事象の期待値を知ることによって直ちに求めることができる。

例えば単位時間内に期待値 λ の不良率である事象の場合、時間 t 内で故障が発生しない確率は

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \quad (3.23)$$

と与えられる。また同じ時間 t で 1 個の故障が発生する確率は

$$Q_1(t) = (\lambda t) \exp(-\lambda t) \quad (3.24)$$

2 個の故障が発生する確率は

$$Q_2(t) = \frac{(\lambda t)^2}{2!} \exp(-\lambda t) \quad (3.25)$$

と与えられる。そして全体の不信頼度は全ての $Q(t)$ の値を加えて

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots \\ &= 1 - R \\ &= 1 - \exp(-\lambda t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

として与えられる。

3.4 ワイブル分布

スエーデンのワイブル (Weibull) によって考案された分布関数であり、その信頼度に対する表現は次のように与えられる。

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^m \right] \quad (3.27)$$

m : 形状パラメータ

$\eta = t_0^{1/m}$: 尺度パラメータ

γ : 位置パラメータ

ついでにこの関数の平均 μ と分散 σ の二乗を記しておく。

$\gamma = 0$ の場合

$$\mu(t) = \eta \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (3.28)$$

$$\sigma^2(t) = \eta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{m} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{m} \right) \right] \quad (3.29)$$

Γ : ガンマ関数

ワイブル分布関数は、(3.27) 式を見てわかるように指数関数の拡張した形となっている。自然界の現象は指数関数型になる場合も多いが、実際の問題においてはさまざまな現象が複雑に絡み合い、単純な指数関数の形では表せない場合が多い。ワイブル分布は $m = 1$ とすれば指数関数型も含まれている。この関数でもって現実の現象を解析することによってあらゆる場合の現象を表現することが可能となる。

ワイブル分布はグラフを用いて簡単に表現することが出来る。どのように扱えば良いかについて説明していくことにする。(3.27) 式の両辺に対して対

数を2回取ると

$$\begin{aligned}\ln \ln \frac{1}{R(T)} &= m \times \ln t - \ln t_0 \\ &= m(\ln t - \ln \eta)\end{aligned}\quad (3.30)$$

ここで次のように置く。

$$y = \ln \ln \frac{1}{R(t)} \quad (3.31)$$

$$x = \ln t \quad (3.32)$$

$$a = -\ln t_0 = -m \ln \eta \quad (3.33)$$

そうすると (3.30) 式は次のように一次関数となる。

$$y = mx + a \quad (3.34)$$

ここで (3.32) 式を x 軸とし、(3.31) 式を y 軸としたグラフを考えるとグラフは直線で表現することが出来る。 y 軸の単位として不信頼度、 x 軸の単位として時間を取ったグラフがワイブル確率紙と呼ばれる用紙である。このグラフ上で直線を描いた場合、上に求めた式から、傾斜は m を示し、 y 切片は $a = -\ln t_0 = -m \ln \eta$ を表している。

各種信頼性パラメータの求め方

ワイブル確率紙を見ると判るように、グラフ用紙の上側、下側に様々なパラメータが記載されている様にいろいろなパラメータを簡単に求めることが出来る。詳しくはワイブル確率紙を参照。

まず始めに、不良が発生した事象の観測値から、ワイブル確率紙上に各時間での値をプロットしていく。 m の推定には $x = 1$, $y = 0$ の点を通して実測値グラフの傾きと同じ傾きを持った直線を引く。するとこの直線は $y = m(x - 1)$ となるので、 $x = 0$ のときの y の値を求めてマイナスを取ることによって求めることが出来る。

ワイブル確率紙では $\ln t = 1$ と $\ln \ln 1/R = 0$ の点を通して実測の直線に平行な直線を引き、 $\ln t = 0$ である直線との交点を求めそのときの $\ln \ln 1/RT$

を求めた後、その値のマイナスを取れば良い。 $\ln(t_0)$ は実測直線の y 切片の値の符号を入れ換えたものとして与えられる。 η は (3.33) 式から計算することが出来る。

平均値と分散とは上で求められた m, η とを用いて (3.28)(3.29) 式から求めるか、ワイブル確率紙上にあるモノグラフから求めることが出来る。

ワイブル確率紙は対数の対数を取ることによって情報が圧縮された形となっていることに注意しなければならない。この確率紙上で直線上に乗らない現象というのは、確率によって生じる不良現象では無い別の、例えば人為的な現象である可能性があることを示している。また逆に直線状に乗っている場合、この不良現象は確率上の原因によって生じている可能性が大であることを示しており、更にこの直線を未来の方まで延長することにより、未来の不良発生を予測することが可能となる。

このようにワイブル確率紙は不良の原因をある程度予測することが出来たり、あるいは未来の不良発生数を前もって知ることが出来るという特徴を持っているため、特に製造会社においてはよく用いられているグラフである。

第4章

システムの信頼性

信頼性は、必ずしも単体の事象のみを扱うとは限らない。本来信頼性を考えたいのはシステムである。システムの信頼性は、確率を計算することによって与えられる。各々の事象がどのようにシステムの信頼性に影響するかを考えなければならない。よって信頼性についての知識を得るために、システムに関連した確率について考えることにする。

4.1 システムの種類

事象の信頼度は、故障率を調べるテストによって与えられる。事象が新しくつくられるときの電氣的、機械的、化学的あるいは構造的な知識からでは、事象の故障率を得ることは不可能ではないにしても難しい。実際の事象の故障率は、例えば信頼性試験などの統計的方法によって得ることが簡単に出来る。事象の信頼性を決定している要素は

1. 生産時点での不確定性
2. 動作中に受けるストレスの不確定性

である。このように故障率はさまざまなストレスとの相互作用の結果である。

まずシステムは次のような形に分類できる。

1. 直列システム
2. 並列システム
3. スタンバイ・システム

直列システム、並列システムは電気回路で言うところの直列、並列に相当した考えである。電気回路と違うのはスタンバイ・システムと言うシステムが存在することである。これらについて順を追って説明していくことにする。

様々なシステムの信頼性を検討する前に、ここで信頼性工学が基本としている確率について考えておくことにする。システムの信頼度を計算するには、次の2つの重要なステップに基づいている。

1. 出来る限り正確に、システムで用いられている事象の信頼度を測定する
2. それらの事象の複雑な構成によって生じるシステムの信頼度を計算する

ことである。

システムの信頼度は、2、3の比較的簡単であるが、非常に正確な確率の定理によって計算することが出来る。しかししばしば次のようなことが発生する。つまり事象が故障率を求めるために置かれているシステムの状態は、事象が稼働している実際の故障率とは環境状態が異なるということである。ところがいったん正確な事象の故障率が求められると、システムがいかに複雑であろうとシステム全体の信頼度は、非常に正確に求めることが出来る。この正確さは、確率計算によって妨げを受けることなく、もし妨げを受けるとするならば、むしろ事象が持つ信頼度のデータによって妨げられる。

システム信頼度の計算において、まず初めに次の確率定理を用いる。

1. 確率、 $P(A)$ 、 $P(B)$ を持つ2つの独立した事象があるとき A 、 B が同

時に起こる確率は

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad (4.1)$$

2. 2つの事象が同時に起こるとき、 A 、 B または AB が起こる確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \quad (4.2)$$

3. A 、 B が独立である場合上の式は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (4.3)$$

4. A 、 B が相互に排他的である場合

$$P(A) + P(B) = 1 \quad (4.4)$$

以上の確率に関する式を信頼性工学に適用する。

上で述べている A 、 B は単に事象を示しているだけであって A 、 B が何であるかについては何も規定してはいない。つまり A 、 B という事象があり、それらの事象の確率が $P(A)$ 、 $P(B)$ で与えられ、 A 、 B の事象がある集合を成していれば確率の法則は適用できるのである。そこで信頼性工学の場合良品の数、不良品の数という集合を取るとこれらは正に集合 A 、 B であり、これら良品、不良品の数を全数で割った値はその時点での確率を示している。この説明が判り難ければ次のように考えても良い。

ある時点で良品の数が N_s 、全数を N_0 とする。この全数の中から任意の 1 個の信頼度は N_s/N_0 と定義されている。この手順は正に確率そのものである。ただ一般の確率と違うのは良品が同時に不良品となることは出来ないとすることである。すなわち信頼性工学の場合は必ず排反事象であるということである。以上の説明から確率の式に信頼度、不信頼度をそのまま当てはめることによって、信頼性工学の定理を得ることが出来る。

信頼性にこれらの確率を利用すると、正常と故障ということは排他的であるので

$$R + Q = 1 \quad (4.5)$$

この式は (4.4) 式から得られる。もっともこの式自体信頼性工学における基本式である。

ここで今まで述べた確率の式から、次のような信頼性についての重要な式が得られる。

- (1) 信頼度 R_1 の事象と、信頼度 R_2 の事象があるとき、2つの事象が時間 t で正常に動作する場合の信頼度は (4.1) 式から

$$R_S(t) = R_1(t)R_2(t) \quad (4.6)$$

と与えられる。

- (2) 2つの事象がともに故障しているか、もしくはいずれかが故障している場合の不信頼度は (4.2) 式から

$$Q_S(t) = Q_1(t) + Q_2(t) - Q_1(t)Q_2(t) \quad (4.7)$$

この式は (4.5) 式を用いて、次のように書き直すことが出来る。

$$\begin{aligned} Q_S(t) &= [1 - R_1(t)] + [1 - R_2(t)] - [1 - R_1(t)][1 - R_2(t)] \\ &= 1 - R_1(t)R_2(t) = 1 - R_S(t) \end{aligned} \quad (4.8)$$

と与えられる。

- (3) 一方または両方が正常に動作する信頼度は (4.2) 式より

$$R_P(t) = R_1(t) + R_2(t) - R_1(t)R_2(t) \quad (4.9)$$

- (4) 2つの事象がともに故障となる不信頼度は (4.2) 式より

$$Q_P(t) = Q_1(t)Q_2(t)$$

この式の場合も (4.5) 式を用いて以上の式から直列及び並列のシステムの場合の式が得られる。

$$Q_P(t) = [1 - R_1(t)][1 - R_2(t)] = 1 - R_P(t) \quad (4.10)$$

4.2 直列システム、並列システム

2つの事象がともに正常であることの相補的な事象とは、それらの2つの内一方が故障しているか、あるいはともに故障している場合であるので、上記の(1)と(2)は相補的な事象となり次の式が成立する。

$$R_S(t) + Q_S(t) = 1 \quad (4.11)$$

2つの事象でこのようなことが生じる場合は、2つの事象が直列に接続されている場合である。よって $R_S(t)$ 、 $Q_S(t)$ のことを直列接続されたときの信頼度、不信頼度と呼んでいる。

次に2つの事象がともに故障している場合の相補的な事象とは、2つともに正常であるかあるいはどちらか一方が故障している場合であるので、(3)と(4)は相補的な事象となり次の式が成立する。

$$R_P(t) + Q_P(t) = 1 \quad (4.12)$$

2つの事象でこのようなことが生じる場合は、2つの事象が並列に接続されている場合である。よって $R_P(t)$ 、 $Q_P(t)$ のことを並列接続されたときの信頼度、不信頼度と呼んでいる。

故障率が指数関数に従う場合を考える。指数関数に従うとき、故障率が一定であるとすると、2つの事象について考えると直列接続の場合の信頼度、不信頼度は

$$R_S(t) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \quad (4.13)$$

$$Q_S(t) = 1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \quad (4.14)$$

同様に並列接続の場合の信頼度、不信頼度は

$$R_P(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \exp(-\lambda_2 t) - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \quad (4.15)$$

$$Q_P(t) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)][1 - \exp(-\lambda_2 t)] \quad (4.16)$$

次に多くの事象がある場合の直列システムのシステム全体の信頼度は、各々の事象の信頼度を用いて次のように表すことができる。

$$R_S = R_1 \times R_2 \times \cdots \times R_n \quad (4.17)$$

この場合 R_i は指数関数であっても、そうでなくても良い。この式のことを信頼性の積の法則と呼んでいる。

これに対して並列接続の場合は、不信頼度を用いて次のように与えられる。

$$Q_p = Q_1 \times Q_2 \times \cdots \times Q_n \quad (4.18)$$

<例>

次の例を考えてみる。4個のトランジスタ、10個のダイオード、20個の抵抗、10個のセラミック・コンデンサから出来ている回路を考える。この回路がある温度状態で、動作している場合を考え、次の故障率を持っているとする。

シリコン・トランジスタ	$\lambda_t = 0.00001$
シリコン・ダイオード	$\lambda_d = 0.000002$
抵抗	$\lambda_r = 0.0000001$
セラミック・コンデンサ	$\lambda_c = 0.0000002$

表 4.1 故障率

この回路の信頼度を見積もるために、全ての故障率の和を初めに考える。

$$\sum \lambda_i = 4\lambda_t + 10\lambda_d + 20\lambda_r + 10\lambda_c = 0.0001$$

これからシステムの信頼度は

$$R_S(t) = \exp(-0.0001 \times t)$$

である。例えば10時間動作したとき、回路が故障していない信頼度は

$$R_S(10) = \exp(-0.0001 \times 10) = 0.999$$

となり、これは回路が 10 時間の動作で 1,000 個の回路の内 999 個正常に動作していることを示している。

上で計算したように、単位時間あたりの故障率は 0.0001 であるので MTBF は

$$m = 1/\lambda = 10,000 \text{ [時間]}$$

となる。これは 10,000 時間の間回路が故障しないということの意味しているのでは無い。この場合 10,000 時間での信頼度は、 $e^{-1} \cong 0.37$ であるので、正常動作確率は 37 [%]、故障確率は 63 [%] である。^{*1}

4.3 信頼性の向上 (1)

システムが高い信頼度を要求される場合にすぐに考えつく方法は、並列システムである。ここではこの並列システムについてもう少し深く考えてみる。

4.3.1 違う故障率を持つ事象の並列接続

まず全ての事象が違う故障率を持っている場合について考える。故障率が λ_1 、 λ_2 である 2 つの事象の並列接続を考えてみる。この場合の信頼度、不信頼度は (4.15)(4.16) 式で与えられる。

$$R_{p2}(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \exp(-\lambda_2 t) - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \quad (4.19)$$

$$Q_{p2}(t) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)][1 - \exp(-\lambda_2 t)] \quad (4.20)$$

であり、MTBF は (3.5) 式から

$$m_{p2} = \int_0^{\infty} R_p(t) dt = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (4.21)$$

^{*1} 電子回路における直列、並列と、信頼性工学における直列並列とは、この例からも判るように意味することが違うことに注意が必要である。

3つの事象が故障率 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ である場合のシステムの信頼度、不信頼度は次のように与えられる。

$$R_{p3}(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \exp(-\lambda_2 t) + \exp(-\lambda_3 t) - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \\ - \exp[-(\lambda_2 + \lambda_3)t] - \exp[-(\lambda_3 + \lambda_1)t] + \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t] \quad (4.22)$$

$$Q_{p3}(t) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)][1 - \exp(-\lambda_2 t)][1 - \exp(-\lambda_3 t)] \quad (4.23)$$

2つの場合と同様に MTBF は次のように与えられる。

$$m_{p3} = \int_0^{\infty} R_p(t) dt \\ = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_3} - \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_3} - \frac{1}{\lambda_3 + \lambda_1} \\ - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (4.24)$$

以上2つの事象の並列接続、3つの場合の並列接続についての式を導いたが、いずれの場合も信頼度と不信頼度の和は1である。

ここで3つの事象の信頼度、不信頼度を各々次のように置いてみる。

$$R_1 = \exp(-\lambda_1 t), R_2 = \exp(-\lambda_2 t), R_3 = \exp(-\lambda_3 t) \quad (4.25)$$

$$Q_1 = 1 - \exp(-\lambda_1 t), Q_2 = 1 - \exp(-\lambda_2 t), Q_3 = 1 - \exp(-\lambda_3 t) \quad (4.26)$$

これらの式を用いて事象が2つの場合には (4.19)(4.20) 式から

$$R_{p2} + Q_{p2} = 1 \\ = R_1 + R_2 - R_1 R_2 + Q_1 Q_2 \\ = R_1(R_2 + Q_2) + R_2(R_1 + Q_1) - R_1 R_2 + Q_1 Q_2 \\ = R_1 R_2 + R_1 Q_2 + R_2 Q_1 + Q_1 Q_2 \\ = (R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2) \quad (4.27)$$

3つの式の場合も同様に (4.22)(4.23) 式から変形して

$$1 = (R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3) \quad (4.28)$$

が得られる。これらの式から類推して一般に n 個の事象がある場合には次のように与えられる。

$$1 = (R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3) \cdots (R_n + Q_n) \quad (4.29)$$

4.3.2 同じ確率を持つ並列接続

2つの故障率が等しい場合の信頼度、不信頼度は

$$\begin{aligned} R_{p2} &= 1 - Q_{p2} = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^2 \\ &= 2 \exp(-\lambda t) - \exp(-2\lambda t) \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} Q_{p2} &= Q_1 Q_2 = Q^2 \\ &= [1 - \exp(-\lambda t)]^2 \end{aligned} \quad (4.31)$$

MTBFは

$$m_{p2} = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{3}{2\lambda} \quad (4.32)$$

のように与えられる。

3つの事象が同じ故障率である場合には

$$R_{p3} = 1 - Q_{p3} = 3 \exp(-\lambda t) - 3 \exp(-2\lambda t) + \exp(-3\lambda t) \quad (4.33)$$

$$Q_{p3} = Q^3 = [1 - \exp(-\lambda t)]^3 \quad (4.34)$$

MTBFは

$$\begin{aligned} m_{p3} &= \frac{3}{\lambda} + \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} \\ &= \frac{29}{6\lambda} \end{aligned} \quad (4.35)$$

一般に n 個の並列事象がある場合には (4.29) 式より次のように展開することが出来る。

$$(R + Q)^n = R^n + nR^{n-1}Q + \frac{n(n-1)}{2!}R^{n-2}Q^2 + \cdots + Q^n = 1 \quad (4.36)$$

(4.36) 式の意味を考えてみる。判りやすくするために3つの事象について式を書くと次のようになる。

$$(R+Q)^3 = R^3 + 3R^2Q + 3RQ^2 + Q^3 = 1 \quad (4.37)$$

この式は3つの等しい事象が動作しているときの状態を示している。 Q^3 は3つの事象が故障したときシステムが故障となる不信頼度を示しているので

$$Q_p = Q^3 \quad (4.38)$$

である。よってこのときの信頼度は

$$R_p = R^3 + 3R^2Q + 3RQ^2 \quad (4.39)$$

となる。もし3つの事象の内2つが正常に動いていないとシステムが故障となる場合には、その不信頼度、信頼度は次のようになる。

$$Q_p = 3RQ^2 + Q^3 \quad (4.40)$$

$$R_p = R^3 + 3R^2Q \quad (4.41)$$

<例>

故障率が $\lambda = 0.01$ である事象が3つ並列に接続されているシステムを考えてみよう。1つの事象が持っている信頼度は10時間後には

$$R = \exp(-0.1) \cong 0.90484$$

である。このときの不信頼度は

$$Q = 1 - R \cong 1 - 0.90484 = 0.09516$$

となり、この事象が3つ並列に接続されている場合のシステム不信頼度は

$$Q_p = Q^3 \cong (0.09516)^3 \cong 0.000862$$

である。また信頼度は

$$R_p = 1 - Q_p \cong 1 - 0.000862 = 0.999138$$

として与えられる。このように並列に接続することによって信頼度を向上させることが出来る。次にMTBFは

$$m_p = \frac{3}{\lambda} + \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} \cong 300 + 150 + 33 = 483$$

これは平均値として 483 時間ごとに不良が発生することを意味している。これらの関係を示すため図 4.1 にグラフを示しておく。

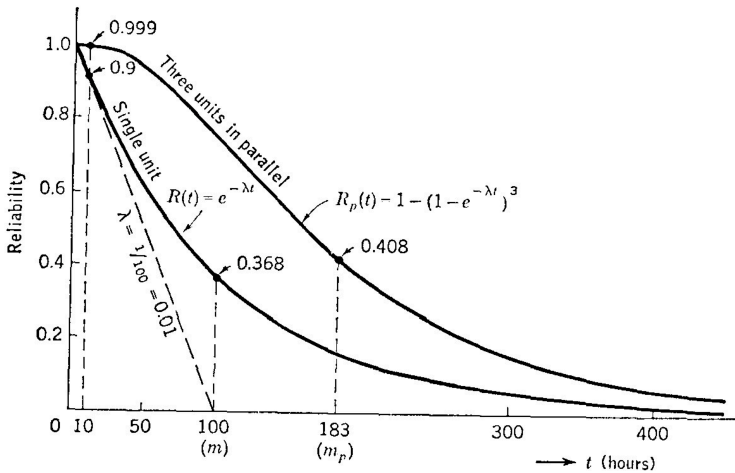


図 4.1 並列接続の効果を示す図

<例>

この並列システムの例として3つのエンジンを持つ飛行機を考えてみる。各々のエンジンは、故障率 λ_i の直列に接続された部品からできているとする。1つのエンジンの故障率は $\lambda = \sum \lambda_i = 0.0005$ であるとする、10時間

でのエンジンシステムの信頼度は、(ただしここで少なくとも2つのエンジンが正常に動いている必要があるとする) 1つのエンジンの信頼度は次のように与えられるので

$$R = \exp(-0.0005 \times 10) \cong 0.995012$$

システム全体としては

$$R_p = R^3 + 3R^2Q = 3R^2 - 2R^3 \cong 0.999926$$

となる。

4.4 信頼性の向上 (2)

並列接続というのは現実問題において余り望ましいものではない。なぜならば並列システムと言うのは、いくつかの事象が同時に動いているわけで、ある意味では無駄な稼働をしていることである。更に同時に全ての事象が劣化していることにもなり、資源の無駄にもなっている。その場合にはスタンバイ・システムが用いられる。これはあるシステムが動作しているとき1つの事象が故障すると直ちに代わって動作すべく待機している方式である。このことを2つの事象についてブロック図4.2で示す。

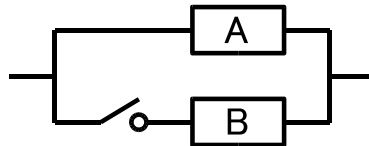


図4.2 スタンバイ・システム

4.4.1 切替え装置が 100% 信頼できる場合

この動作を実行するには故障したことを確認する装置が必要になるが、この装置については故障しないものとして取り扱うものとする。

n 個の並列事象がスタンバイの状態にあり 1 つのシステムの動作を保証してるとすると、 $n+1$ 個の故障が発生した時点でシステム全体が故障したことになる。次の恒等式を考える。この恒等式はポアソン分布で得られた式である。ポアソン分布はめったに起こらない事象について得られた式であった。スタンバイ・システムは動いている事象が故障しても直ちに別の事象が動作しはじめ、結果的にはシステム全体としては故障とはならない。つまりめったに起こらない現象ではあるが故障しても待機していた事象が動き出し、システム全体として信頼性が向上したことになる。このことからスタンバイ・システムはポアソン分布の考え方に従うことになる。

$$\exp(-\lambda t) \left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \right] = 1 \quad (4.42)$$

この式の中で $\exp(-\lambda t)$ は故障が発生しない場合を示し、 $\exp(-\lambda t) \times (\lambda t)$ は 1 つのみが故障する場合の確率を示している。さらに $\exp(-\lambda t)(\lambda t)^2/2!$ は 2 つの事象のみが故障する確率を示している。これから 1 つが故障するか全く故障しない場合の信頼度、不信頼度、つまり 1 つの事象が動作し、もう 1 つがスタンバイ状態にあるシステム全体の信頼度、不信頼度は

$$R_2(t) = \exp(-\lambda t) + \exp(-\lambda t) \times (\lambda t) \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} Q_2(t) &= 1 - R(t) \\ &= \exp(-\lambda t) \times \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \exp(-\lambda t) \times \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \end{aligned} \quad (4.44)$$

また 3 つの事象が存在して 1 つだけが動作していればシステム全体とし

て正常で、残りの2つがスタンバイとなっている場合の信頼度、不信頼度は

$$R_3(t) = \exp(-\lambda t) + \exp(-\lambda t) \times (\lambda t) + \exp(-\lambda t) \times \frac{(\lambda t)^2}{2!} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} Q_3(t) &= 1 - R(t) \\ &= \exp(-\lambda t) \times \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \exp(-\lambda t) \times \frac{(\lambda t)^4}{4!} \dots \end{aligned} \quad (4.46)$$

である。これらの確率は、同じ故障率を持つ事象のスタンバイの場合の信頼度を示している。

またこれらの場合の MTBF は次のように与えられる。

2つの事象の場合

$$m_2 = \int_0^{\infty} R_2 dt = \frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda} \quad (4.47)$$

3つの事象の場合

$$m_3 = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{3}{\lambda} \quad (4.48)$$

これらの関係式は容易に一般の場合に拡張することが出来、次のようになる。

$$R_n(t) = \exp(-\lambda t) \times \left[1 + (\lambda t) + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \right] \quad (4.49)$$

$$Q_n(t) = \exp(-\lambda t) \times \left[\frac{(\lambda t)^n}{n!} + \frac{(\lambda t)^{n+1}}{(n+1)!} \right] \quad (4.50)$$

$$m_n = \frac{n}{\lambda} \quad (4.51)$$

<例>

具体的な例として2つの並列事象から出来ているスタンバイ・システムの10時間後での信頼度を考えてみる。2つの事象の故障率を同じ $\lambda = 0.01$ とする。このときの信頼度は

$$\begin{aligned} R_b &= \exp(-\lambda t) + \exp(-\lambda t) \times (\lambda t) \\ &\cong 0.90484 + 0.90484 \times 0.1 \cong 0.995324 \end{aligned}$$

1つの事象の信頼度は 0.90484 であり、並列に接続されたシステムの信頼度は

$$R_p \cong 1 - (1 - 0.90484)^2 = 0.990945$$

となり、スタンバイ・システムの方が若干信頼度が高い。

スタンバイ・システムの信頼度を求めるもう1つの方法は、密度関数を積分することによって求める方法である。式で書くと (2.21) 式から

$$q = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (4.52)$$

と与えられるので、故障率が指数関数のときの故障密度関数は次式で与えられる。

$$q(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \quad (4.53)$$

故障率が、 λ_1 , λ_2 である2つの事象を考える。このとき故障率 λ_1 の事象が最初に動作し、故障率 λ_2 の事象はスタンバイ状態にあるとする。時間 t_1 にて最初の事象が故障したとき、スタンバイの事象が直ちに動作を始めるとする。また時間 $t_2 = t - t_1$ によって2つ目の事象であるスタンバイ事象の時間は測定される。最初の事象の密度関数は

$$q_1(t_1) = \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t_1) \quad (4.54)$$

2番目の事象の密度関数は

$$q_2(t_2) = \lambda_2 \exp[-\lambda_2(t - t_1)] \quad (4.55)$$

と与えられ、これらの密度関数は微小時間間隔での信頼度を示している。(2.21) 式から $dR = -q(t)dt$ であるので、

(4.54) 式から $dR_1 = -q_1(t_1)dt_1$ 、(4.55) 式から $dR_2 = -q_2(t_2)dt_2$ が得られる。スタンバイシステムの性質から、これらの事象は直列システムと考えることが出来る。よって全体の信頼度の微小部分 dR は

$$dR = dR_1 \times dR_2 = q_1(t_1)dt_1 \times q_2(t_2)dt_2$$

となる。これから

$$\begin{aligned} dR(t) &= q_1(t_1)q_2(t-t_1)dt_1(dt-dt_1) = q_1(t_1)q_2(t-t_1)dt_1dt \\ q(t) &= \frac{dR(t)}{dt} = q_1(t_1)q_2(t-t_1)dt_1 \end{aligned} \quad (4.56)$$

以上より t_1 について積分すると、2つの事象を結合した密度関数がえられる。

$$q(t) = \int_0^t q_1(t_1)q_2(t-t_1)dt_1 \quad (4.57)$$

q_1, q_2 が指数関数でない場合には $q(t)$ は事象の年齢に依存してくる。その様なスタンバイシステムの信頼度は第5章に示す条件付き確立から計算しなければならない。

指数関数の場合には事象の年齢に依存せず簡単に計算することが出来る。等しくない指数関数を持っている2つの事象の場合には、その計算は次のようになる。よって

$$\begin{aligned} q(t) &= \lambda_1\lambda_2 \int_0^t \exp(-\lambda_1 t_1) \exp[-\lambda_2(t-t_1)] dt_1 \\ &= \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)] \end{aligned} \quad (4.58)$$

このときの信頼度と MTBF は、各々 (2.25)(2.41) 式から次のように与えられる。

$$\begin{aligned} R_b(t) &= \int_t^\infty q(t)dt \\ &= \exp(-\lambda_1 t) + \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)] \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$m_p = \int_0^\infty R_b(t)dt = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = m_1 + m_2 \quad (4.60)$$

ここで (4.59)(4.60) 式において $\lambda_1 \rightarrow \lambda, \lambda_2 \rightarrow \lambda + x$ と置き、 x をゼロに近づけると各々 (4.43)(4.47) 式となることが判り、今までの議論が矛盾していないことが判る。

次に 3 個の事象が存在する場合を考える。この場合 1 個の事象が動作状態で残りの 2 個がスタンバイの状態であるとする。このとき各々の故障密度関数は

$$\begin{aligned} q_1(t_1) &= \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t_1) \\ q_2(t_2) &= \lambda_2 \exp(-\lambda_2 t_2) \\ q_3(t_3) &= \lambda_3 \exp(-\lambda_3 t_3) \end{aligned} \quad (4.61)$$

ただし

$$t_2 = t - t_1: 0 \leq t_1 \leq t_2 \quad (4.62)$$

$$t_3 = t - t_2: 0 \leq t_2 \leq t_3 \quad (4.63)$$

これらの式からシステム全体の故障密度関数は次式で与えられる。

$$q(t) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \int_{t_2=0}^t \int_{t_1=0}^{t_2} \exp(-\lambda_1 t_1) \exp[-\lambda_2(t_2 - t_1)] \exp[-\lambda_3(t - t_2)] dt_1 dt_2 \quad (4.64)$$

この式の積分を実行して (2.25) 式を用いると、システム全体の信頼度は次のように計算することが出来る。

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{\lambda_2 \lambda_3 \exp(-\lambda_1 t)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1 \lambda_3 \exp(-\lambda_2 t)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} \\ &\quad + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \exp(-\lambda_3 t)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \end{aligned} \quad (4.65)$$

以上の結果を n 個の場合に拡張すると次のようになる。

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{\lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n \exp(-\lambda_1 t)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1)} \\ &\quad + \frac{\lambda_1 \lambda_3 \cdots \lambda_n \exp(-\lambda_2 t)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_2)} + \cdots \\ &\quad + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1} \exp(-\lambda_n t)}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \cdots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} \end{aligned} \quad (4.66)$$

この信頼度に対する MTBF は次のようになる。

$$m_p = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n} \quad (4.67)$$

4.4.2 切替え装置が完全でない場合

この場合事象を切り替えるためのスイッチの信頼度を 100 [%] と考えており、この信頼度が 100 [%] から低下するとスタンバイ・システムの信頼度は急速に低下する。このスイッチの信頼度を R_{ss} とすると、1 つの事象によるスタンバイ・システムの場合のシステムの信頼度は

$$R_b(t) = \exp(-\lambda t) + R_{ss} \exp(-\lambda t) \times \lambda t \quad (4.68)$$

スイッチ動作をする素子が完全でない場合で、2 つの事象の故障率が異なる場合の信頼度は、次のように与えられる。

$$R_b(t) = \exp(-\lambda_1 t) + R_{ss} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)] \quad (4.69)$$

事象が多数存在する場合も同様に拡張することが出来る。また待機中の事象は必ずしも完全なまま存在しているのではなく、ある故障率を持つとするとその場合の信頼度は次のようになる。ここで λ_1 は動作している事象の故障率、 λ_2 はスタンバイの事象の故障率、 λ_3 は待機中の 2 番目のスタンバイ事象の故障率とする。

$$R_b(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_2} \{ \exp(-\lambda_2 t) - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_3)t] \} \quad (4.70)$$

このときスイッチするデバイスが完全でない場合には、上の式は次のように変形する必要がある。

$$R_b(t) = \exp(-\lambda t) + R_{ss} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_2} \{ \exp(-\lambda_2 t) - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_3)t] \} \quad (4.71)$$

<例>

次に具体的な例として発電機を考える。例えば故障率 $\lambda_1 = 0.0002$ の発電機、動作時において故障率 $\lambda_2 = 0.001$ のスタンバイ発電機の場合を考える。またスイッチ回路の信頼度は 1 回のスイッチ動作において $R_{ss} = 0.99$ とする。この場合のブロックダイアグラムは次の図のようになる。

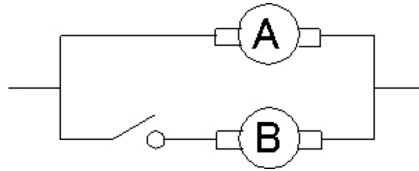


図 4.3 スタンバイ状態の発電機

このシステムの全体の信頼度は $t = 10$ 時間で

$$\begin{aligned} R_b &= \exp(-0.0002t) + 0.99 \frac{0.0002}{0.001 - 0.0002} [\exp(-0.0002t) - \exp(-0.001t)] \\ &\cong 0.998 + 0.2475 \times 0.008 \\ &\cong 0.99998 \end{aligned}$$

この信頼度は 100,000 個のシステムの内 2 個のシステムが故障する可能性があることを示している。並列システムでの計算では

$$\begin{aligned} R &= 1 - [1 - \exp(-0.0002t)]^2 \\ &\cong 0.9999960 \end{aligned}$$

となり、この場合並列システムの方が信頼度が高いという結果となる。以上からスイッチ回路自体の信頼度が大きく影響していることがわかる。また MTBF は

$$\begin{aligned} m_b &= \int_0^{\infty} R_b dt \\ &= \int_0^{\infty} \left\{ \exp(-\lambda_1 t) + \exp(-\lambda t) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)] \right\} dt \\ &= \frac{1}{\lambda_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(\frac{1}{\lambda_1 + \lambda} - \frac{1}{\lambda_2 + \lambda} \right) \quad (4.72) \end{aligned}$$

ここで λ はスイッチ回路の平均故障率であり、この故障についても指数関数の関係が成立すると考えている。このシステムつまり事象 1 の故障率は 0.0002 の故障率であるので、これから MTBF は 5000 時間となり 5000 時間

に1度故障することとなる。よってスイッチ回路は5,000時間に1度働く必要がある。よってスイッチの故障率は、信頼度が0.99であるので、指数関数の関係式から

$$\lambda = -\frac{\ln 0.99}{5000} = 0.000002$$

以下でなければならない。この値を上式の式へ代入するとシステム全体のMTBFは約5988時間となる。

4.4.3 多数個の部品がある場合

N 個の同じ部品が直列に接続されており、故障率が各々 λ であるとし、これらの部品のスペアが n 個あるとする。 N 個の部品が故障した場合には直ちにスペアの部品で取り替えるものとする、システム全体が故障するのは $(n+1)$ 個の部品が故障した場合に発生する。各々の部品の故障率は λ であるので、システム全体の故障率は指数関数の信頼度を考えると $N\lambda$ となる。もしスペアの部品がないときのシステム全体のMTBFは $1/(N\lambda)$ と与えられる。しかし n 個のスペアがあり、部品が故障するとただちにスペアで置き換えられるとすると n 個の故障があってもただちにシステムの回復が行われることになる。この場合のシステムのMTBFは $1/(N\lambda)$ の $n+1$ 倍となり $(n+1)/N\lambda$ と与えられる。よってこの場合のシステム全体の信頼度は次のようになる。

$$R_S(t) = \exp\left(-\frac{N\lambda}{n+1}t\right) \quad (4.73)$$

次の例では一見スタンバイ・システムとは違うような印象を与えるが、部品を取りかえる人間を故障の無いスイッチとみなすことによって、このシステムはスタンバイ・システムと考えることが出来る例となっている。

<例>

同じ真空管30個からできているレーダーを考える。これらの真空管はいずれも同じ故障率 $\lambda = 0.001$ を持ち、真空管以外の部品は故障しないものとす

る。10 時間動作した後の信頼度は次のように計算することが出来る。

$$R = \exp(-0.001 \times 30 \times 10) \cong 0.74082$$

もし 3 個の真空管を予備として持っていたとすると、この場合の信頼度は次の計算によって大幅に改善されることになる。ここで (4.73) 式を用いている。

$$R = \exp\left(-\frac{0.001 \times 30}{3+1} \times 10\right) \cong 0.925$$

このようにたとえ手作業によって故障した部品を取り替えたとしても、予備の部品を用意しておくことにより大幅に信頼度を改善することが出来る。

第 5 章

信頼性におけるベイズの定理

信頼性のほとんどの問題は直列、並列、スタンバイの状態で考えることが出来る。しかしこれらの問題について別の観点から解決することも出来る。また問題の中には直列、並列、スタンバイの概念では取り扱えないシステムも存在する。その様なシステムの場合に解決する方法がここで述べていくベイズの定理を用いた方法である。

5.1 特殊なシステム

図 5.1 に示すシステムの信頼度を考えてみる。

この例の場合ブロック A と C 及び B と C とは各々の並列になっているわけではない。ブロック A と A' が直列、B と B' とが直列になっているのである。つまり A-A' と C-A' とが並列、C-B' と B-B' とが並列になっていると考えられる。よってこのままでは前の章で出てきた直列システム、並列システムの使用することは出来ない。この様なシステムの場合にはベイズの定理を用いなければならない。

これに対して図 5.2 に示すブロック図は A、B、C が並列、A'、B' が並列となっており、更にこの 2 つの並列が直列になっているので、4 章で用いた直列、並列システムの使用概念を用いて簡単に全システムの信頼度を求めること

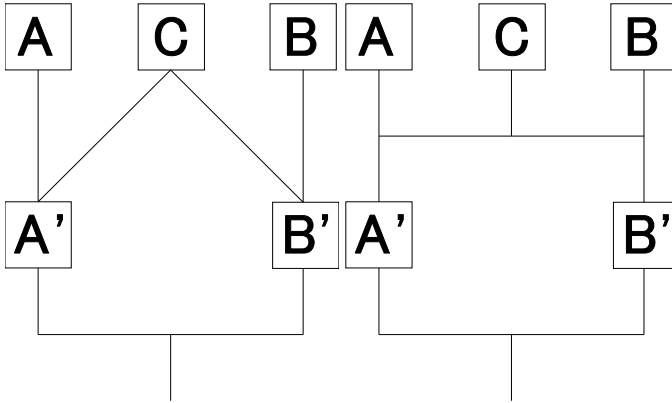


図 5.1 例

図 5.2 直並列ブロック

が出来る。

この場合は単に並列、直列接続なので、システム全体の信頼度は次のように与えられる。

$$R = [1 - (1 - R_A)(1 - R_B)(1 - R_C)][1 - (1 - R_{A'}) (1 - R_{B'})]$$

図 5.1 のシステムに対応するベイズの定理を述べると A がお互いに排他的な事象に依存し、その内の 1 つは必ず起こる事象とするならば A が起こる確率は次のように与えられる。

$$P(A) = P(A|B_i)P(B_i) + P(A|B_j)P(B_j) \quad (5.1)$$

このことを信頼性の言葉で言い替えると

「システムの故障確率は、システムのある成分が良品であるときにシステムが故障する確率に、その成分が良品である確率をかけたものと、この成分が不良品であるときにシステムが故障する確率に、この成分が不良品である確率をかけたものとの加えた確率で表すことが出来る」

このことを式で書くと

$$P(\text{system failure if component } X \text{ is good}) \times P(X \text{ is good}) + \\ P(\text{system failure if component is bad}) \times P(X \text{ is bad}) \quad (5.2)$$

Q_S をシステムの故障確率、 R_X を成分 X が良品である確率、 Q_X を成分が不良品である確率とすると (5.2) 式は

$$Q_S = Q_S(\text{if } X \text{ is good}) \times R_X + Q_S(\text{if } X \text{ is bad}) \times Q_X \quad (5.3)$$

システムの信頼度は

$$R_S = 1 - Q_S \quad (5.4)$$

これらの関係式を用いて図 5.1 のシステムについて考えてみる。X を C とすると

$$Q_S = Q_S(\text{if } C \text{ is good}) \times R_C + Q_S(\text{if } C \text{ is bad}) \times Q_C \quad (5.5)$$

もし C が良品であるならば、 A' 、 B' が共に不良であるときのみシステムは故障となる、というのも A' 、 B' は並列接続であるからである。C が良品であるときのシステムの不信頼度は次のように与えられる。

$$Q_S(\text{if } C \text{ is good}) = (1 - R_{A'}) (1 - R_{B'}) \quad (5.6)$$

次に C が不良品である場合を考えると、この場合には経路 $A - A'$ 、 $B - B'$ が共に不良である場合のみシステムは不良となる。C が不良品である場合のシステムの不信頼度は次のように与えられることになる。

$$Q_S(\text{if } C \text{ is bad}) = (1 - R_A R_{A'}) (1 - R_B R_{B'}) \quad (5.7)$$

以上からシステム全体の不信頼度は、次のように表現することが出来る。

$$Q_S = (1 - R_{A'}) (1 - R_{B'}) \times R_C + (1 - R_A R_{A'}) (1 - R_B R_{B'}) \times Q_C \quad (5.8)$$

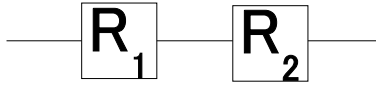


図 5.3 直列接続

5.2 直列システムへの適用

(5.3) 式を図 5.3 で示す直列接続の場合に適用してみよう。

信頼度 R_1 , R_2 である事象が直列に接続されているとし、それらの事象の 1 つを X とし信頼度 R_2 とする。このときベイズの定理から次の式が得られる。

$$Q_S = (1 - R_1) \times R_2 + 1 \times (1 - R_2) \quad (5.9)$$

この式の右辺の最初の項目は事象 X が正常である場合、第 2 項は事象 X が故障している場合を示している。まず最初の項について考えると、事象 X が正常であるのでシステム全体が故障であるためには、1 番目の事象は故障である必要がある。よって 1 番目の事象の不信頼度を取らなければならない。

次に 2 番目の事象 X について考える。 $1 \times (1 - R_2)$ の項目は次のような意味と解釈できる。つまり 2 番目の事象が故障である場合のシステムの不信頼度は 1 である、と言うのもシステムが既に故障しているのは明らかだからである。よってこの項が得られる。勿論このとき 1 番目の事象が故障であってもシステム全体としては不良となるのであるが、この条件は値を 1 とすることによって含まれていることになる。つまり値を 1 とするよりも $R_1 + Q_1$ と書く方が好ましいかもしれない。

(5.9) 式を整理すると

$$\begin{aligned} (1 - R_1) \times R_2 + 1 \times (1 - R_2) &= R_2 - R_1 R_2 + 1 - R_2 \\ &= 1 - R_1 R_2 \end{aligned} \quad (5.10)$$

となり直列システムの場合の公式が得られる。

5.3 並列システムへの適用

次に2つの事象が並列になっている場合について考える。ブロック図としては図5.4を考える。

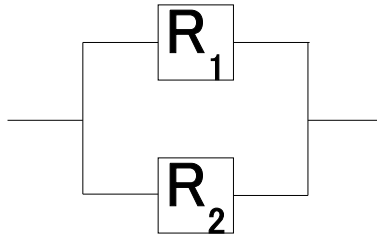


図 5.4 並列システム

この場合のベイズの定理を用いた不信頼度の式は次の式となる。

$$Q_S = 0 \times R_2 + (1 - R_1)(1 - R_2) \quad (5.11)$$

この式の中の最初の項の $0 \times R_2$ は2番目の事象が良品である場合にシステム全体が故障となるためには1番目の事象が故障でなければならない。この場合にも1番目の事象があらゆる場合に故障とならなければならないのでゼロを掛けなければならない。

2番目の項について考える。2番目の事象が故障である場合であっても並列システムであるので、システム全体が故障するためには1番目の事象も故障でなければならない。よってシステム全体が故障であるためには1番目の事象も同時に故障である必要がある。以上から2番目の事象の不信頼度に1番目の事象の不信頼度を掛ける必要がある。この(5.11)式を見ると並列システムに関して第3章で得られた公式と一致していることが判る。

4つの並列システムについて考えてみる。4つの事象は各々信頼度 R_1, R_2, R_3, R_4 とする。

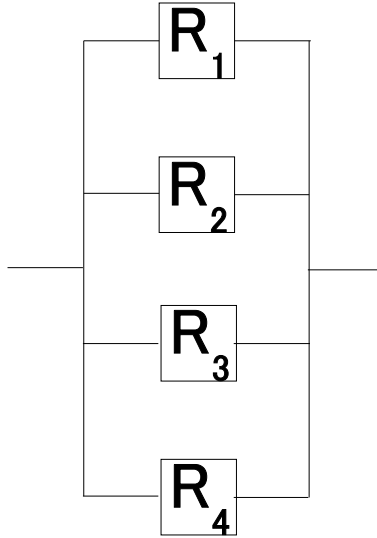


図 5.5 4つの並列システム

1番目の事象についてベイズの定理を考えると

$$Q_S = Q_S(\text{if } 1 \text{ is good}) \times R_1 + Q_S(\text{if } 1 \text{ is bad}) \times Q_1 \quad (5.12)$$

右辺の第1項は事象1が良品である場合ゼロでなければならない、と言うのも事象1が良品であるならばシステムは決して不良になることは無いので $Q_S(\text{if } 1 \text{ is good})$ は必ずゼロになるからである。

次に $Q_S(\text{if } 1 \text{ is bad})$ を求めなければならない。事象2について同様に次のベイズの定理が成立する。

$$Q_S(\text{if } 1 \text{ is bad}) = Q_S(\text{if } 2 \text{ is good}) \times R_2 + Q_S(\text{if } 2 \text{ is bad}) \times Q_2 \quad (5.13)$$

この場合も右辺の第1項はゼロである。よって (5.13) 式は次のように

なる。

$$Q_S(\text{if 1 is bad}) = Q_S(\text{if 2 is bad}) \times Q_2 \quad (5.14)$$

この式は、事象 1 の場合の議論と全く同じである。このようにして (5.13) 式は

$$Q_S = Q_S(\text{if 2 is bad}) \times Q_2 \times Q_1 \quad (5.15)$$

この議論を繰り返していけば、最終的に次の答が得られる。

$$Q_S = Q_1 \times Q_2 \times Q_3 \times Q_4 \quad (5.16)$$

この式は第 4 章の並列接続で得られた式そのものである。

次に 4 つの事象の内 3 つが正常でないシステムが不良となる場合について考えてみることにする。先ほどの場合と同じようにベイズの定理を用いて次の式から始める。

$$Q_S = Q_S(\text{if 1 is good}) \times R_1 + Q_S(\text{if 1 is bad}) \times Q_1 \quad (5.17)$$

今度の場合には右辺の第 1 項はゼロにはならない、と言うのも 1 つの事象が良品だからといってもシステム全体は必ずしも故障ではないからである。そこで (5.17) 式の最初の項を考えると

$$\begin{aligned} Q_S(\text{if 1 is good}) &= Q_S(\text{if 2 is good}) \times R_2 + Q_S(\text{if 2 is bad}) \times Q_2 \\ &= (1 - R_3)(1 - R_4) \times R_2 + (1 - R_3 R_4) \times Q_2 \end{aligned} \quad (5.18)$$

この式の第 1 項は、事象 2 が良品である場合システム全体が故障となるためには、事象 3、4 共に故障でなければならないことを示している。第 2 項は事象 2 が故障でありなおかつ事象 1 は正常品であるので、残りの事象 3、4 の内いずれか 1 つは故障品でなければならないことを示している。

同じ様な解析が $Q_S(\text{if 1 is bad})$ についても行われなければならない。これは

$$\begin{aligned} Q_S(\text{if 1 is bad}) &= Q_S(\text{if 2 is good}) \times R_2 + Q_S(\text{if 2 is bad}) \times Q_2 \\ &= (1 - R_3 R_4) R_2 + 1 \cdot Q_2 \end{aligned} \quad (5.19)$$

この場合には事象 1 が既に故障品であるから、事象 2 が良品である場合には事象 3、4 のうち少なくとも 1 つが故障品となればよいし、事象 2 が故障の場合にはシステムは既に故障であるということから導かれる。

以上の結果からシステム全体の不信頼度は、上で求めた結果を加え合わせ次のように与えられる。

$$Q_S = 1 - R_1 R_2 R_3 - R_1 R_2 R_4 - R_1 R_3 R_4 - R_2 R_3 R_4 + 3R_1 R_2 R_3 R_4 \quad (5.20)$$

この結果は第 4 章の並列システムのときに述べたように、次の式からも同じ結果が得られる。

$$(R_1 + Q_1)(R_2 + Q_2)(R_3 + Q_3)(R_4 + Q_4) = 1$$

第 6 章

故障の表現

この章では、様々な故障をどのように表現するかということについて分類し、各々の分類の内容について考えていくことにする。

6.1 故障の分類

様々な故障が考えられるが故障を表現または分類するとき、故障の特徴を端的に表現することが望ましい。しかし故障には様々な故障の形がある。これらの具体的な故障モードについて一つ一つを考えていくことは物理あるいは化学に任せ、信頼性工学としては故障モード全体を確率の観点から捉える。そこで何らかの体系付けが必要になるのであるが、多くの故障現象について、その故障率で考えると、第 2 章で出てきたバスタブ曲線の形で表現できることが経験上判っている。勿論全ての故障現象が、なめらかな曲線を描いてバスタブ曲線になるということはない。近似的に全ての故障現象をバスタブ曲線として取り扱っても大きな問題を生じないということに過ぎない。そこで信頼性工学としてこのバスタブ曲線を仮定し、ここから様々な理論を発展させることにする。

バスタブ曲線を特徴のある 3 つの領域に分類することが出来た。さらにこの 3 つに分類された各々の曲線を、さらに何らかの形で特徴づける必要があ

る。そこで第2章で出てきた定義を用いることにする。信頼度や故障密度関数ではこのバスタブ曲線の特徴を表現するにはふさわしくない。それはこれから学ぶにつれて判ってくることであるが、この2つの量は時間軸で表現した場合特徴的な形にはならないからである。それに比べ故障率をパラメータとして選ぶとうまく故障の分類をすることが出来る(図6.1参照)。故障率を選ぶと次の3つの型に分類することが出来る。

1. 減少型 : DFR(decreasing failure rate)
2. 一定型 : CFR(constant failure rate)
3. 増加型 : IFR(increasing failure rate)

この故障率の分類をグラフに示すと図6.1となる。

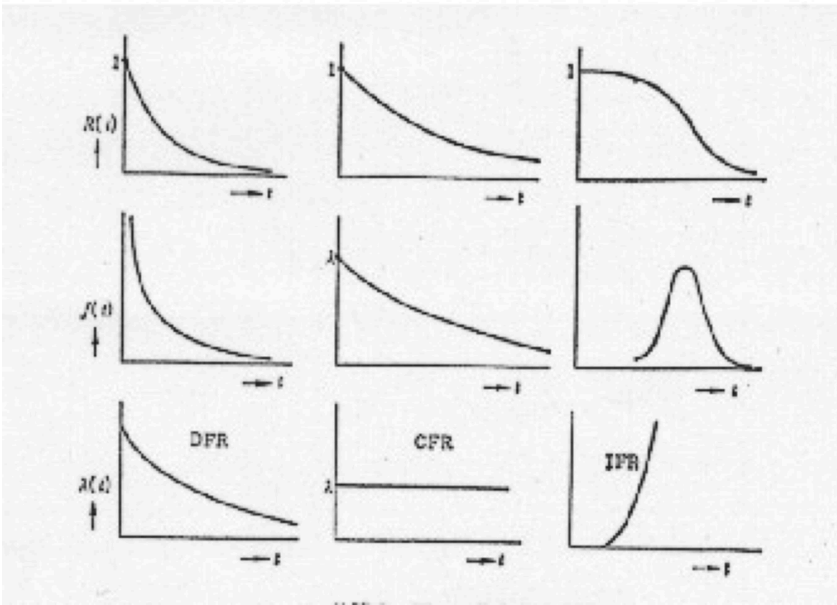


図6.1 故障の分類

次の節から上で与えた3つの分類について、各々の性質を調べていくことにする。

6.2 摩耗故障

まず始めに摩耗故障について考える。摩耗故障を表現する場合図 6.1 に示したように、故障率を用いて表現した方が他の故障モードと区別が付くのであるが、式で表現する場合には故障率よりも故障密度関数から出発した方が便利である。それは図の形から想像できるように故障密度関数は、いわゆる分布関数で近似することが出来るからである。その近似関数は正規分布であり、この分布関数は確率統計などの学問において詳しく研究されているからである。

摩耗故障期間について正規型の関数を用いて示すと次のようになる。

$$q(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(T-M)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (6.1)$$

ここで

M : 平均値

σ : 標準偏差

T : 年齢

正規型の平均値 M は MTBF と同じになる。これは MTBF 自体が故障してから次に故障するまでの平均時間を示しているので、MTBF の時間のときに最大の故障が発生することが予想され、このことから MTBF を平均値に取ることがもっとも望ましい。この様に摩耗故障はいわゆる正規型（ガウス分布）で示される。

ここで正規型と指数型とを比較してみる。正規型と指数型と比べると次の図 6.2 のようになる。

正規型の場合には MTBF より前の時間で半分故障が起き、後の時間で残りの半分が故障する分布であるが、指数型の場合は MTBF より短い時間で

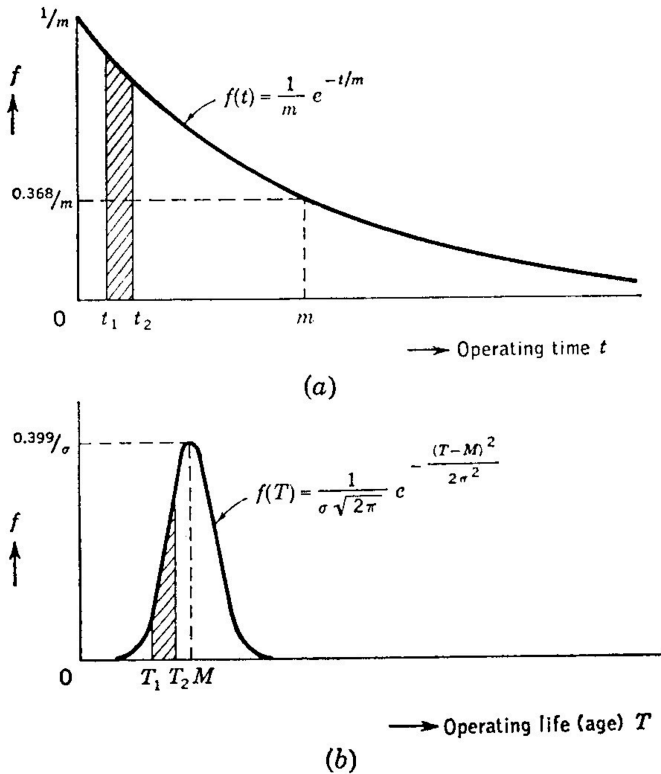


図 6.2 指数型、正規型

約 63 [%]、残りの時間で約 37 [%] の故障発生が起きる分布となっている。この様に指数型の分布の場合には最初の短い時間の中に故障の頻度が高い結果になる。それに比べ正規型の場合には、平均値の回りのみ故障が集中しているため、平均値近くの時間まで故障が起これにくい。又逆に平均値近辺で急に故障が多くなる。実際の現象も故障は寿命時間に集中するわけで、この様なことから正規型は摩耗故障期を非常に良く表現していることが判る。こ

ここで正規分布の場合は、年齢 T を用いて、指数関数の時間 t とは区別している。これは正規分布の場合、関数が始まったところから時間を測定するのではなく、事象が始まったときから測らねばならないからである。

図 6.2 のグラフから a priori probability of failure (時間 t_1 から t_2 まで、あるいは年齢 T_1 から T_2 までの確率) は次のように与えられる。小文字は動作時間、大文字は事象の年齢を示す。

$$P_{t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} q(t) dt \quad (6.2)$$

$$P_{T_2-T_1} = \int_{T_1}^{T_2} q(T) dT \quad (6.3)$$

また時間ゼロから時間 t までの故障密度関数の和は累積確率と呼ばれており、この値は信頼度と同じことになるので

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt \quad (6.4)$$

と与えられる。指数型、正規型の各々についてグラフに示すと、図 6.3 のようになる。

これらのグラフから信頼度のグラフは、図 6.4 のように与えられる。

(6.1) 式をグラフに描くと図 6.5 のようになる。

6.2.1 条件付き確率

この図 6.5 の中で最初の 2.14 [%] と後の 2.14 [%] とは信頼性工学の立場からは意味が違う。最初の $T = 0$ から $T = M - 3\sigma$ までは 99.865 [%] 正常に動いており、 $T = 0$ から $T = M + 3\sigma$ までは 2.275 [%] しか正常に動いていないことを示している。よって同じ 2.14 [%] であっても後者の 2.14 [%] はそれまでの 97.725 [%] を考えなければ意味がないことになる。しかし場合によってはある時間間隔での信頼度や不信度が知りたい場合がある。そのような場合には条件付き確率を考えることによって解決する。この条件付き確率は、条件付き確率の定理を用いて $T_2 - T_1$ の時間間隔での不信度は

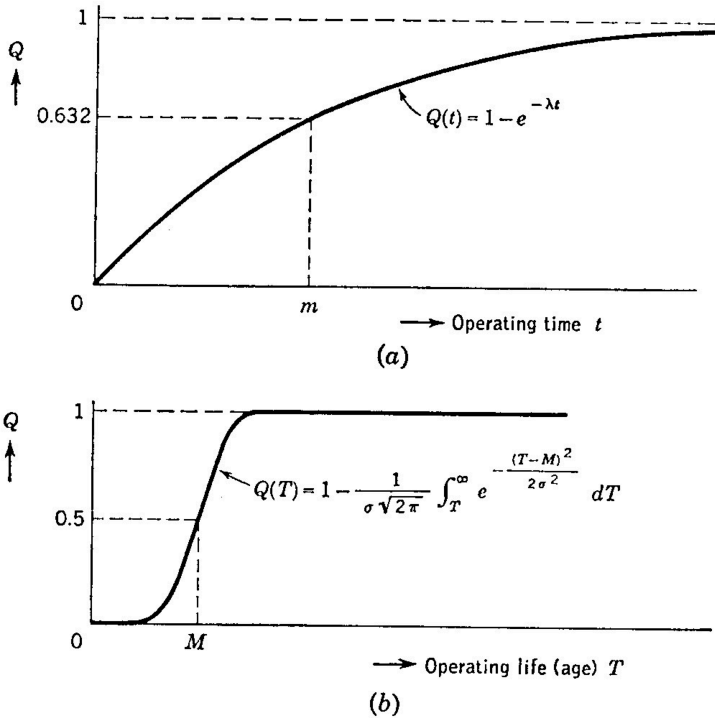


図 6.3 指数型、正規型の不信頼度曲線

$T_2 - T_1$ での a priori probability of failure を時間 $T = 0$ から時間 T_1 までの累積生存確率で割って得られ、これは時間 T_1 まで生存している事象の中から不良が発生することを示している。

$$F_{T_2-T_1} = \frac{P_{T_2-T_1}}{R(T_1)} = \frac{Q(T_2) - Q(T_1)}{R(T_1)} \quad (6.5)$$

この値は時間間隔 T_1 から T_2 までの a posteriori probability of failure と呼ばれている。この場合は条件付きの場合の不信頼度となるが、これに対する

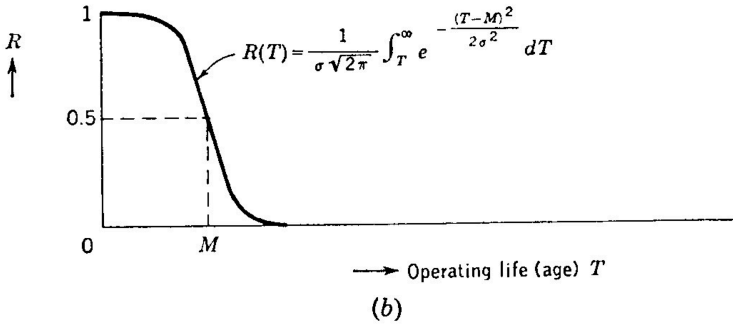
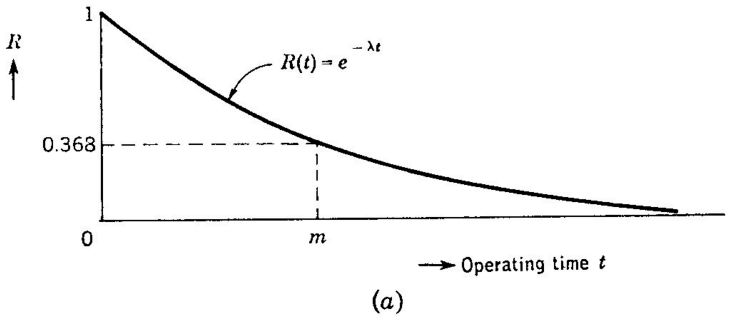


図 6.4 指数型、正規型の信頼度曲線

信頼度は次のようになる。

$$R_{T_2-T_1}(t) = 1 - F_{T_2-T_1} \tag{6.6}$$

<例>

例えば上の例で最初の 2.14 [%] のときは

$$F_{M-3\sigma, M-2\sigma} = 0.0214/0.99865 \cong 0.02143$$

$$R_{M-3\sigma, M-2\sigma} = 1 - F \cong 0.97857$$

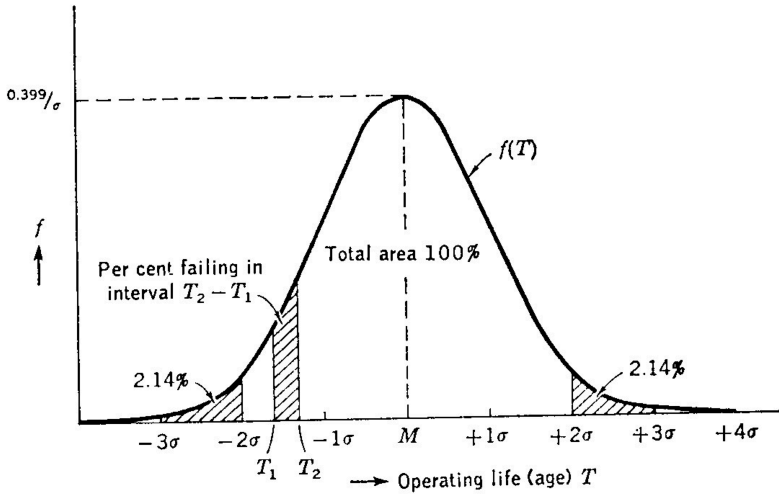


図 6.5 a prior probability of failure

後の 2.14 [%] の場合には

$$F_{M+3\sigma, M+2\sigma} = 0.0214/0.02275 \cong 0.94066$$

$$R_{M+3\sigma, M+2\sigma} = 1 - F \cong 0.05934$$

このように条件付きで求めることによって、正規分布の場合の信頼度、不信頼度を明確に区別することが出来る。

6.2.2 規格化

次に故障密度関数を規格化する。そのために次のように置く。

$$\varphi(T) = \sigma q(T) \quad (6.7)$$

(6.1) 式を見ると右辺の分母に標準偏差があるが、これは故障密度関数であるために、導入された変数であるがこの変数がなければ、(6.1) 式は標準

化された正規分布へ変換することが出来る。標準化された正規分布の数表を用いるためには、この標準偏差がじやまになるので、(6.7) 式のように新しい変数を考えている。このようにすると、 $\varphi(T)$ を用いることにより (6.1) 式は次のように与えられることになる。また規格化された故障率は次のようになる。

$$r(T) = \frac{\varphi(T)}{R_W(T)} \quad (6.8)$$

以上から規格化されていない故障率は、規格化された故障率と次の関係がある。

$$\lambda_W(T) = \frac{q(T)}{R_W(T)} = \frac{\varphi(T)}{\sigma R_W(T)} = \frac{r(T)}{\sigma} \quad (6.9)$$

これらの結果をグラフに示したものが図 6.6 である。この表の中の z は、企画化された正規分布の表に使われている変数であり、この値に対応して $R_W(T)$ の値が決められている。こうすることにより (6.9) 式を用いて簡単に故障率を求めることが出来るようになる。

6.2.3 マイナス無限大の回避

方法 (1)

正規型の故障密度関数は $-\infty$ から分布が広がっている。現実の世界においてはこのようなことはありえない。現実には時間ゼロから事象が働き始めるのであって、マイナス無限大の時間から働き始めるわけではない。そのため正規型の故障密度関数は近似の分布関数である。しかしこの正規型であっても標準偏差が平均値よりも小さい場合には良い近似値となる。それはこの場合には時間ゼロに近づくと分布の値も急激にゼロに近づくからである。

標準偏差が平均値より大きい場合 ($M < 3\sigma$) には次のような変換が行

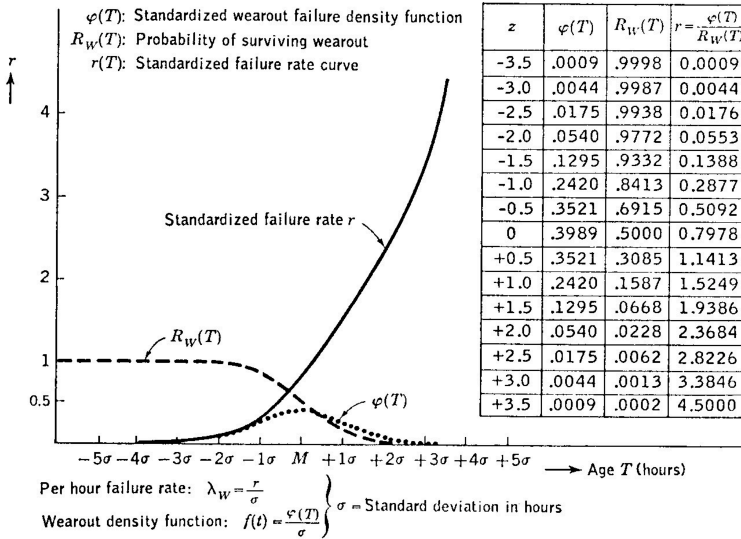


図 6.6 規格化された故障率

われる必要がある。この変換では $T = 0$ のとき $q(T) = 0$ となる。

$$q(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\log T - M)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (6.10)$$

この式で

M : $\log T$ の平均値

σ : $\log T$ の標準偏差

この式に応じて $T = 0$ から T までの累積不良確率は、次のように与えられる。

$$Q(T) = \int_0^T q(T) dT \quad (6.11)$$

方法 (2)

この困難を解消するもう 1 つの方法は、時間 T から無限大まで積分し、1 から差し引く方法である。つまり正規型の分布関数の不具合を解消する方法として信頼度を次のように定義し、その後そこから信頼度を求めるのである。

$$Q(T) = 1 - \int_T^{\infty} q(T) dT \quad (6.12)$$

$$R(T) = \int_T^{\infty} q(T) dT \quad (6.13)$$

正規型の分布関数は、対数型の分布関数よりも技術者にとってなじみがあること、また計算がたやすいことのためしばしば良く用いられる。しかし上に述べたような欠点があることを忘れてはいけない。

6.2.4 取り替え時間

事象が不良となるがシステムを正常に保つために、事象を取り替えねばならない時間 T_W を今や定めることが出来る。この取り替え時間 T_W は摩耗不良の累積確率 $Q(t)$ をある定められたレベル以下に保つという条件から選ばなければならない。

間違いをなくすために、摩耗不良の故障 (wearout failure) を示すために W の添え字を用いた方がよい。

<例>

$T_W = M - 3\sigma$ を取り替え時間とすると、時間ゼロから時間 $T = T_W = M - 3\sigma$ までの摩耗不良は $Q_W = 0.00135$ となる。この値は正規分布の累積確率の表から得られる。取り替え時間 $T_W = M - 4\sigma$ の場合には $Q_W = 0.0000317$ 、 $T_W = M - 5\sigma$ の場合は $Q_W = 0.000000287$ となる。この値は非常に低いようであるが、1,000 個あるいは 10,000 個の部品が直列に接続されたようなシステムの場合には個々の部品の故障率が加算されるのでシステムの信頼度は急激に低下することになる。

<例>

1 つのエンジンを持つ航空機を考えてみる。エンジンが $T_W = M - 3\sigma$ 時間

毎に取り替えられるとする。この場合2つの取り替えの間での摩耗不良は $q_w = 0.00135$ となる。このことは信頼度の定義から直ちに判るように、約700回のエンジン取り替えの内1回摩耗不良が発生するというを意味している。しかしもし $T_w = M - 2\sigma$ 時間でエンジンを取り替えるようにしたとするとエンジン取り替えの間の不良は $Q_w = 0.0228$ に跳ね上がってしまう。これは50回のエンジン取り替えの内1回エンジンが摩耗不良を引き起こすことを示している。

6.2.5 指数関数型の寿命依存性

指数関数型の場合、信頼度は事象の動作時間つまり寿命に依存しないという特徴がある。これを証明するために、既に時間 T が経過している事象について考えてみる。指数関数での時間 T から時間 $T+t$ までの a priori probability of failure を考えると

$$\lambda \int_T^{T+t} \exp(-\lambda t) dt = \exp(-\lambda T) - \exp[-\lambda(T+t)]$$

この式から条件付き不良確率を求めると

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{\exp(-\lambda T) - [-\lambda(T+t)]}{\exp(-\lambda T)} \\ &= 1 - \exp(-\lambda t) \end{aligned} \quad (6.14)$$

この結果は $T=0$ から $T=t$ までの累積不良確率に等しい。それ故指数関数型の場合には

$$F(t) = Q(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$

となる。この式には時間 T が含まれていない。つまり指数関数型の場合には時間間隔 t についての不良率は事象の年齢 T に依存しないことの証明が出来た。故障率についても同様であることが証明できる。

6.2.6 偶発故障との共存

次に偶発故障と摩耗故障が混じっている場合で、試験を始めるときに年齢が T である事象を考えると、時間 t の時の事象の信頼度は時間 t における偶発及び、あるいは摩耗故障の信頼度に等しく、いずれか一方あるいは両方の故障であるので、次の式によって与えられる。

$$Q(t) = Q_C(t) + F_W(t) - Q_C(t)F_W(t) \quad (6.15)$$

ここで

C : 偶発故障

W : 摩耗故障

と表される。ここで $Q_C(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ であり、時間 T に依存しない。また $F_W(t)$ は (6.5)(6.13) 式から

$$F_W(t) = \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_T^{T+t} \exp[-(T-M)^2/2\sigma^2] dT}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_T^{\infty} \exp[-(T-M)^2/2\sigma^2] dT} \quad (6.16)$$

この式は、時間 T に依存している。これから時間 t での信頼度は $R_W(t) = 1 - F_W(t)$ なので

$$\begin{aligned} R(t) &= \exp(-\lambda t) - \exp(-\lambda t) \times F_W(t) \\ &= \exp(-\lambda t) \times R_W(t) \end{aligned} \quad (6.17)$$

ここで (6.16) 式より

$$R_W(t) = \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{T+t}^{\infty} \exp[-(T-M)^2/2\sigma^2] dT}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_T^{\infty} \exp[-(T-M)^2/2\sigma^2] dT} \quad (6.18)$$

これは時間 T から時間 $T+t$ までの間事象が摩耗故障しない確率である。この式の分母、分子は各々 $T+t$, T 時間まで摩耗故障しない確率であるの

で、時間間隔 t で摩耗故障しない確率は、(6.1) 式 (6.13) 式を用いて

$$R_W(t) = \frac{R_W(T+t)}{R_W(T)} \quad (6.19)$$

と表せる。この故障の中に偶発事象が含まれていると、時間間隔 t の全体の信頼度は (6.19) 式より

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \frac{R_W(T+t)}{R_W(T)} \quad (6.20)$$

と与えられる。さらに各事象が直列に接続されていた場合には各々の事象の信頼度の積となり

$$R_S(t) = \exp(-\sum \lambda_{it}) \prod \frac{R_{W_i}(T_i+t)}{R_{W_i}(T_i)} \quad (6.21)$$

<例>

$\prod [R_{W_i}(T_i+t)/R_{W_i}(T_i)]$ の項はほとんど 1 に近い値である。例えば航空機のサブシステムの場合には 0.999 あるいはこれ以上の値となる。またこの値を 1 に近い値に保つには、時間 T_W を定義し、事象 i が取り替えられる時間とする。例えば時間 t の間に摩耗故障の信頼度を 0.999 以上にするためには事象 i を時間 T_{W_i} に取り替えなければならない。その結果次のようにすればよい。

$$\prod \frac{R_{W_i}(T_i)}{R_{W_i}(T_{W_i})} \geq 0.999 \quad (6.22)$$

この式の中で $R_{W_i}(T_i)$ は i 番目の事象が故障しない確率を示している。また $R_{W_i}(T_{W_i})$ は累積時間 $T_{W_i} - t$ までの信頼度を示している。事象によって新しい事象と取り替える時間 T_{W_i} は通常異なるが、経済性の点から全ての事象について同一の時間がとられる場合がある。それによって取り替える必要の無い部品まで取り替えることになるが、この作業によってシステムの信頼度は上昇するし、又一度に取り替えるため、費用はかえって減少することになる。

(6.20) 式によって表される信頼度は信頼度と故障率の関係 (2.28) 式と同様に全故障率でもって近似的に表すことが出来る。 λ_C を偶発故障率 λ_W を摩耗故障率とし、全故障率を偶発故障率と摩耗故障率との和として導入すると

$$\lambda = \lambda_C + \lambda_W \quad (6.23)$$

となる。(6.20) 式は

$$\begin{aligned} R(t) &= \exp(-\lambda_C t) \frac{R_W(T+t)}{R_W(T)} \\ &= \exp\left(-\int_T^{T+t} \lambda dt\right) \end{aligned} \quad (6.24)$$

事象の与えられた年齢での摩耗故障率は図 6.6 の表から与えられる。そこで $\lambda_W = r/\sigma$ は時間の単位である。その値は偶発故障率につけ加えることが出来る。

(6.24) 式の積分記号を含んだ指数の項は $\lambda = \lambda_C + \lambda_W$ 曲線下の T から $T+t$ までの面積となり、次のように変形することが出来る。

$$\begin{aligned} \int_T^{T+t} \lambda dt &= \int_T^{T+t} (\lambda_C + \lambda_W) dt \\ &= \lambda_C t + \int_T^{T+t} \lambda_W dt \end{aligned}$$

この式の第 2 項の時間間隔は t が小さい場合には、算術平均を取って

$$\lambda_W = \frac{1}{2} [\lambda_W T + \lambda_W (T+t)]$$

さらに (2.28) 式を用いて次のようにも変形できる。

$$\lambda_W = \frac{1}{2} \left[\frac{q(T)}{R(T)} + \frac{q(T+t)}{R(T+t)} \right] \quad (6.25)$$

積分は次のように近似することが出来る。

$$\int_T^{T+t} \lambda_W dt = \lambda_W t \quad (6.26)$$

これにより混合状態の信頼度は

$$R(t) = \exp[-(\lambda_C + \lambda_{W_m})t] \quad (6.27)$$

と近似される。

第 7 章

偶発故障と摩耗故障との結合 関係

この章では、偶発故障と摩耗故障の関係について述べる。時間の進行状況に従えば、初期故障について始めに取り扱うべきであるが、後の章にも述べるように初期故障というのは特殊な故障モードであるため、次の章において取り扱っている。

7.1 少数事象の場合

$T = 0$ 時間からの偶発故障と摩耗故障の累積確率は式 (6.20) から求められる。事象が初めて用いられる場合を考える。ここで改めて $t = T$ と置くと

$$\begin{aligned} R(T) &= \exp(-\lambda T) \frac{R_W(0+T)}{R_W(0)} \\ &= \exp(-\lambda T) R_W(T) \end{aligned} \quad (7.1)$$

と表せる。時間ゼロの時の摩耗故障の信頼度は 1 であるので、 $R_W(0) = 1$ として上の式が成立する。

また摩耗故障の信頼度は、(2.21) 式と (6.1) 式から、次のように与えら

れる。

$$R_W(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int \exp\left[-\frac{(T-M)^2}{2\sigma^2}\right] dT \quad (7.2)$$

ここで

T : 事象の年齢

M : 平均の摩耗寿命または摩耗故障のMTBF

さらに

$\exp(-\lambda T)$: 偶発故障しない確率

$R_W(T)$: 摩耗故障しない確率

である。

これらのグラフ、偶発故障と摩耗故障の2つの場合について図7.1、図7.2に示しておく。この中で m は偶発故障のMTBFである。

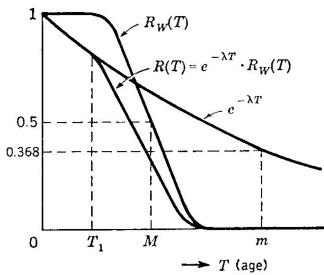


図7.1 $m > M$ の場合

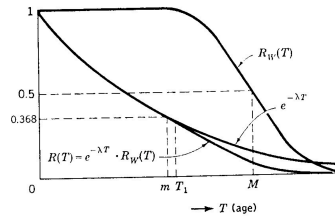


図7.2 $m < M$ の場合

(7.1) 式は $T=0$ からの累積確率についてのみ適用できるが、既に T_0 の累積年齢を経ている場合には次のような式となる。

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \frac{R_W(T_0+t)}{R_W(T_0)} \quad (7.3)$$

この式についてのグラフを図 7.3 に示しておく。

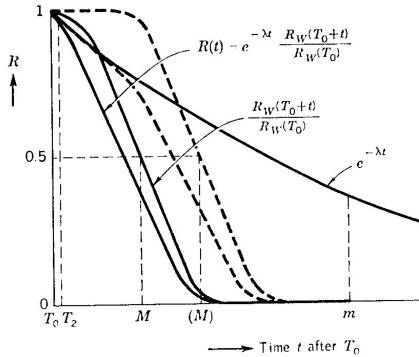


図 7.3 時間 T_0 後の信頼度

$t = 0$ の時つまり事象の動作が始まる段階においては (7.3) 式は 1 である。

事象が新しい場合 ($T = 0$)、図 7.1 の場合時間 M の約 9 分の 4 では指数曲線に従う。年齢 $T_0 = 0.4M$ の後は、図 7.3 を見ると判るようにほんの僅かの間指数曲線に従う。 $t = T_2$ 後は急激にゼロに向かって減少する。この図の中で破線は混合状態の信頼度のうち摩耗故障分を表している。

指数曲線から正規曲線への変化は、つまり偶発故障から摩耗故障への変化は、単体の事象の場合一般に $M - 3.5\sigma$ と $M - 3\sigma$ との間で起こる。

7.2 多数事象の場合

曲線の形から分かるように、低い年齢の場合には摩耗不良はそれほど重要ではない。

多くの事象が直列で動作している場合、しかも個々の事象が極端に小さい摩耗故障率であるときは、第 6 章で述べたように (6.23) 式となる。図 7.4 に単体事象の場合と多数の事象の場合の摩耗故障の比較を示しておく。この例は事象の個数として $n = 1000$ の場合について示している。そして

$m = 1,000,000$, $M = 10,000$, $\sigma = 2,000$ である。

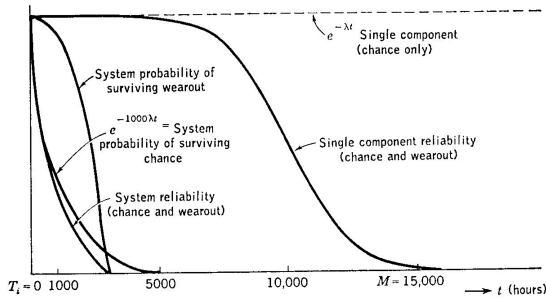


図 7.4 単体、多数の場合の摩耗故障の比較

グラフから判るように、直列接続されたシステムの場合には、単体の場合に比べて信頼度が急激に低下する。さらにシステムの信頼度に対する摩耗故障の影響は小さい。そして 1,000 時間近辺で急激に信頼度が低下することが判る。後に述べるが直列接続の場合の MTBF は、始めの 600 ~ 700 時間では $m_s = m/1000 = 1000$ [時間] であり、これは故障率が 1,000 倍上昇することを意味している。

<例>

図 7.5 に示すような 10,000 個の白熱電球の分布を考えてみよう。

この図で平均値、標準偏差は図の中に示してあるような値とする。グラフから 5,400 [時間] と 9,000 [時間] の間に 9,970 [個] の電球が故障することになる。この分布を第 1 世代として電球が故障する毎に同じ種類の電球に取り替えるとすると、図 7.6 に示すように第 2 世代の分布が得られる。

この第 2 世代の分布は $2M = 14,400$ の所に中心があり、 $\sigma_2 = 2\sigma_1 = 1,200$ の標準偏差を持ち、約 10,000 [時間] の所から始まる。分布の高さは第 1 世代の半分である。さらに第 2 世代の電球が故障し、それを再び同じ種類の電球で置き換えていくと、第 3 世代の分布が始まることになる。第 3 世代の分布の高さは、第 1 世代の分布の高さの 3 分の 1 となり、中心は $3M=21,600$ 、

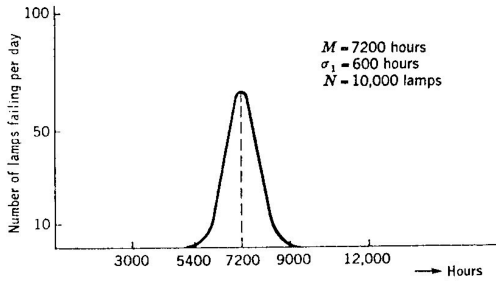


図 7.5 白熱電球の分布

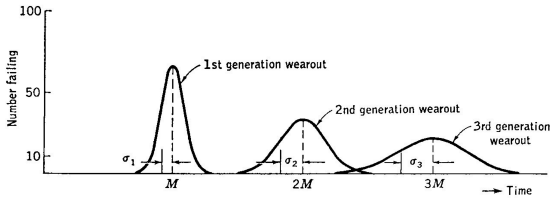


図 7.6 各世代の分布

標準偏差は σ である。この様に世代が進むにつれ分布の山の高さが次第に低くなり、平になってくる。ここで故障率 $\lambda_r = 1/M = 0.000139$ は一定であると仮定している。

全体の故障率は

$$\lambda_s = N \times \lambda_r$$

である。この数値は電球を取り替える率を示している。 λ_r のことを摩耗故障取り替え率 wearout replacement rate と呼んでいる。また $T = nM$ ($n =$

$M/3\sigma_1$) を安定時間と呼び、この例の場合

$$n = 7200/1800 = 4$$

$$T = 4M = 28,800$$

となる。具体的なグラフを図 7.7 に示しておく。

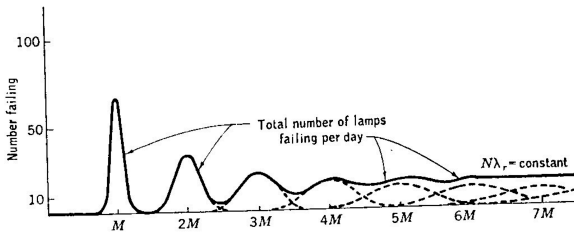


図 7.7 故障の安定化

この様に故障すると直ちに新しい物と取り替える動作を繰り返すことによって一定の取り替え率に近づいてくるようになる。

<例>

系の一定摩耗故障を減らす方法として摩耗故障が生じる前に取り替える手段がある。この手法は故障率を大幅に改善することが出来る。例えば $M - 6\sigma_1 = 3,600$ [時間] に 10,000 [個] の電球を全て取り替えたとすると、時間 3,600 から時間 7,200 までは故障することはない。さらに 7,200 時間目 10,800 時間目に全数取り替えるようにすると、故障がほとんど発生しないシステムとすることが出来る。事実 100,000 [時間] の動作時間中 10,000 [個] の電球の 1 つでさえ故障しないであろう。3600 [時間] の期間でのシステムの信頼度は 0.99999 である。システム全体の MTBF が 7,200 [時間] 時間であるのに比べ 100,000 [時間] もの MTBF となることを考えると、いかに大きく改善されているかが判るであろう。

以上を纏めると、偶発不良の発生がなく、摩耗不良のみの場合、故障したときに取り替えるようにしたシステムの場合、安定期間後のシステムの場合の一定故障率は、直列システムと考えられるので次の式で与えられる。

$$\lambda_S = \sum \frac{1}{M_i} \quad (7.4)$$

ただし M_i : 第 i 成分の平均摩耗寿命

このシステムの信頼度は

$$R_S(t) = \exp(-\lambda_S t) = \exp\left(-\sum \frac{1}{M_i} t\right) \quad (7.5)$$

となる。この式から判ることは、安定期間を過ぎた後では、個々の事象が摩耗故障を起こしていてもシステム全体としては、指数関数の振る舞いをするということである。つまり個々の事象の摩耗故障は、その平均摩耗故障時間の回りに分布しているが、全体システムのレベルでみた場合には、個々の摩耗故障はランダムな時間に発生し、指数分布を形成するのである。と言うのも一度故障が安定し始めると、個々の事象はシステムの時間スケールにおいてはランダムにシステムに対して寄与し、その結果個々の事象もランダムに故障するようになるからである。

違う立場から説明すると、偶発故障がないときのシステムの信頼度は

$$R_S(t) = \prod \frac{R_{W_i}(T_i + t)}{R_{W_i}(T_i)} \quad (7.6)$$

この式の右辺は、システムを構成している全ての事象 n の信頼度の積を表している。時間 t での i 番目の事象の信頼度は (6.13) 式から

$$\begin{aligned} R_{W_i}(t) &= \frac{R_{W_i}(T_i + t)}{R_{W_i}(T_i)} \\ &= \frac{\int_{T_i+t}^{\infty} q_i(t) dt}{\int_{T_i}^{\infty} q_i(t) dt} \end{aligned}$$

ここで

q_i : i 番目の事象の密度関数

T_i : i 番目の事象が機能始めるまでの時間

事象を取り替える時間 T_{W_i} よりも長い時間機能している事象は無いので、最小のシステムの信頼度は、 $T_{W_i} = T_i + t$ と置いて

$$R_S(t) = \prod \frac{R_{W_i}(T_{W_i})}{R_{W_i}(T_{W_i} - t)} \quad (7.7)$$

時間 T_W に全ての事象が取り替えられる場合、(7.7) 式は次のようになる。

$$R_S(t) = \prod \frac{R_{W_i}(T_W)}{R_{W_i}(T_W - t)} \quad (7.8)$$

この (7.7) 式 (7.8) 式の分母の括弧の中は、時間が経過するにつれてマイナス無限大へと近づいていく、つまり分母の値は 1 に近づくことになり、信頼性の値として一定の値になっていくことになる。

偶発故障がある場合には、故障したときのみ取り替えるとする、安定になっているシステムの故障率は

$$\lambda_S = \sum \lambda_{C_i} + \sum \frac{1}{M_i} \quad (7.9)$$

またこの時のシステムの信頼度は

$$R_S(t) = \exp \left[- \sum \left(\lambda_{C_i} + \frac{1}{M_i} \right) t \right] \quad (7.10)$$

ここで $\lambda_r = 1/M$ と置くと $\lambda = \lambda_C + \lambda_r$ となり (7.10) 式は

$$R_S(t) = \exp \left[- \sum (\lambda_{C_i} + \lambda_r)_i t \right] \quad (7.11)$$

と与えられる。 $\sum \lambda_i$ の値は時間によらず一定である。(7.11) 式は、偶発故障のみが発生するときの信頼度と同じように指数型となることに注意のこ

と。このことにより故障率が一定であるということは、摩耗故障と偶発故障とを明確には区別できないということである。つまりシステム全体から得られる個々の事象の故障は、摩耗故障と偶発故障とが入り混じったものとなる。

第 8 章

初期故障と寿命関数

偶発不良や摩耗不良に比べて、初期不良はそれほど重要ではない、と言うのも大部分の初期不良はバーン・インやデバッグングによって取り除かれるからである。そうすると初期不良自体は、信頼性に対して何の影響も与えなくなる。しかし信頼性全体の話から、初期不良についても議論をしておく必要がある。

8.1 摩耗故障を含まない場合

組み合わせられたストレスあるいは個々のストレスが事象の強度を越えた場合、その事象は故障する。元々故障に対して弱い事象が含まれていた場合、残りの事象に比べてより低いストレスによって故障となるだろう。このことは初期故障品はバーン・インやデバッグングによって簡単に取り除くことが出来るということからも明らかであろう。しかし初期故障のメカニズムは、偶発故障のメカニズムに似ている。そしてこの初期故障を発生する事象は *substandard components* と呼ばれ、その他の事象よりもより大きな不良率を持っており、時間によらず一定値と見なしでも大きな問題は生じない。また MTBF は、その他の事象より小さく、故障は指数分布に従う。よってこれらの初期故障を起こす事象が含まれているシステム全体の故障率は大きい

が、これらの事象が良品と取り替えられるとシステム全体の故障率は急激に小さくなる。

これらの現象を調べるために、システム全体で N 個の事象があるとし、その内 N_E 個の substandard が含まれているとする。ただし通常 $N_E \ll N$ である。この substandard の MTBF を m_e とすると、この事象の信頼度は

$$Q = 1 - \exp\left(-\frac{t}{m_e}\right) \quad (8.1)$$

さらにこの事象が直列に接続された場合の信頼度は

$$Q = 1 - \exp\left(-\frac{N_E t}{m_e}\right) \quad (8.2)$$

と与えられる。

初期故障を起こさない事象は 100 [%] 信頼度があるとすると、 N 個の直列に接続されたシステム全体の信頼度は

$$R = \exp\left(-\frac{N_E t}{m_e}\right) \quad (8.3)$$

となる。このようにシステム全体の信頼性は、最初の時間の間 substandard によって決められてしまうことになる。

<例>

あるシステムの中に 10 個の初期不良を起こす事象が含まれているとし、 $m_e = 10$ とする。このとき 1 つの事象が故障する前では 1 時間目の信頼度は $R = \exp(-1) = 0.368$ 、10 [時間] では $R = \exp(-10) = 0.0000454$ となる。

次に 9 個の事象が故障した後では、1 時間目では $R = \exp(-\frac{1}{10}) = 0.9$ 、10 時間目では $R = \exp(-\frac{10}{10}) = 0.368$ である。

バーン・インについて考えてみる。バーン・インに要する時間について考えてみる。 N_E 個の初期不良を起こす事象があるとする。MTBF を m_e とすると、1 つの事象が故障するまでの故障率は $\frac{N_E}{m_e}$ である。1 つ目が故障して、直ちに初期故障を起こさない事象で取りかえるとする。2 つ目の事象が故障

するまでの間の故障率は $\frac{N_E-1}{m_e}$ となる。この手順を繰り返して行って全ての事象が故障する期待時間は、(4.67) 式から次のように与えられる。

$$E(t) = m_e \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{N_E} \right) \quad (8.4)$$

この式は平均バーン・イン時間を表している。上で与えた例の場合には $E(t) = 3m_e = 30$ [時間] となる。

これまでの議論では次の3つの仮定をしていたことを忘れてはならない。この後この3つの仮定について考察してみる。

- (1) substandard な事象が、初期不良を起こさない事象の中に存在する。
- (2) 初期不良を起こした事象は、初期不良を起こさない事象と取り替えられる。
- (3) 初期不良を起こさない事象の不良率はゼロである。

8.1.1 substandard と standard な事象が混在する場合

グラフで示すと次の図 8.1 のように与えられる。

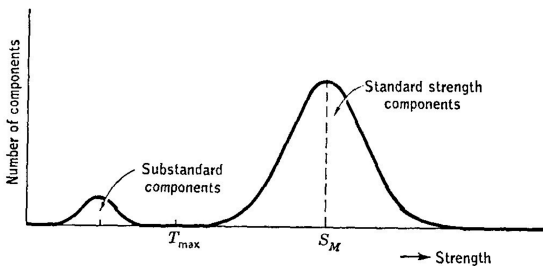


図 8.1 substandard と standard の強度分布

このグラフの中の T_{max} は事象が動作している過程で起こる最大蓄積ストレスを示している。この状態は事象の強度分布が比較的狭い場合に起こる。もう 1 つの考えられる分布は図 8.2 に示すような場合である。

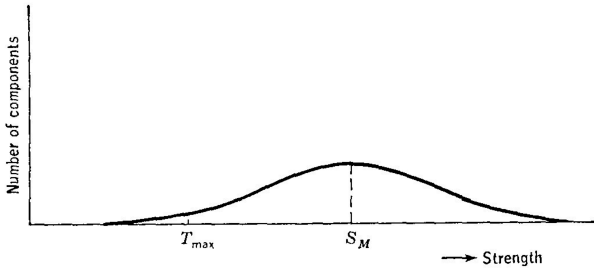


図 8.2 均一でない強度分布の場合

このような分布を持つ事象は、使用するには余り適切ではない。つまりデバッグがやりづらいし、高い不良率となるからである。

2 つの場合を比較してみる。共に同じ強度と同じ最大蓄積ストレス T_{max} を持っているとする。1 番目の分布の場合には、初期不良を起こした事象を初期不良を起こさない事象と取り替えた時点で、システムは高い信頼度を持つようになる。2 番目の分布の場合には、その様なことにはならない。よって図 8.2 に示すような分布となる事象は、高い信頼度を要求されるシステムに対して使わない方がよい。

8.1.2 取り替えについて

初期不良品の交換が完全でないときは、再び初期不良を起こす事象と取り替えられる事態が発生する。不完全な事象の交換が、取り替えの際の不注意からではなく、初期不良を含んだ母体から選択されると仮定する。取り替えられた事象が N_B 個の初期不良を起こす事象から取るとすれば、 N_B/N の割合で初期不良を含むことになる。ただし N は母体事象の全数とする。

N_E 個の初期不良を起こす事象があり、その不良事象を取り替えたとすると、 $1 - (N_B/N)$ の割合で初期不良を起こさない事象が含まれていることになる。よって取り替えた後のシステムでは、次の数だけ初期不良を起こす事象が含まれていることになる。

$$\begin{aligned} N_2 &= N_E - N_E \left(1 - \frac{N_B}{N} \right) \\ &= \frac{N_E N_B}{N} \end{aligned} \quad (8.5)$$

取り替える事象をシステムが作られたときと全く同じサンプル母体から取るとすると、(8.5) 式は、次のようになる。

$$\begin{aligned} N_2 &= N_E - N_E \left(1 - \frac{N_E}{N} \right) \\ &= \frac{N_E^2}{N} \end{aligned} \quad (8.6)$$

次に N_2 個が故障したとすると

$$\begin{aligned} N_3 &= \frac{N_E}{N} N_2 \\ &= \frac{N_E^3}{N^2} \end{aligned} \quad (8.7)$$

となる。この式から判ることは、初期不良を起こさない事象で取り替える場合に比べてバーン・インの過程はゆっくりと進行することである。しかし最後に 1 つだけ初期不良を起こす事象が残っているときには、その事象が取り替えられるときに初期不良を起こさない事象が選ばれる確率は $1 - (N_E/N)$ と与えられる。そしてこの確率は非常に大きく、その後システムの信頼度は大きく向上することになる。

8.1.3 故障率の計算

初期不良を起こさない事象が 100 [%] 信頼度があるとするのは、余りにも単純化し過ぎている。そこで故障率が λ_g である初期不良を起こさない N_G

個の事象と、故障率が λ_e である初期不良を起こす N_E 個の事象からなるシステムを考える。ただし $\lambda_g \ll \lambda_e$ である。このときのシステム全体の最初の故障率は

$$\lambda_S = N_G \lambda_g + N_E \lambda_e \quad (8.8)$$

$$N = N_G + N_E \quad (8.9)$$

ただし

N : システムに含まれている全事象の数

初期不良とならない事象で置き換えていく場合には、初期不良の事象がなくなると同時にシステムの不良率は次の値となる。

$$\lambda_S = N \lambda_g \quad (8.10)$$

この時点でシステムの信頼度は急激に改善される。しかし取り替え作業が完全でない場合には、システムは (8.10) 式で表される故障率とはならず、初期不良を起こす事象が再びシステムへ取り込まれる事態が発生し (8.8) 式を使う必要がある。この場合にはシステムの最終的な故障率として

$$\lambda_S = N \lambda_g \frac{n}{n_G} \quad (8.11)$$

と与えられる。ここで n_G は n 回の取り替え作業の内、初期不良を起こさない事象と取り替えられる回数である。この式は不完全な事象と取り替える回数が増えるほどその分だけいつまでも不良が減らないことから、見かけ上不良率が低下しないことを意味している。言い換えると n 回の取り替え作業で

$$n - n_G = n_E \quad (8.12)$$

回の初期不良を起こす事象が含まれる取り替え作業が行われることを意味している。(8.12) 式を用いて (8.11) 式は次のように書き換えることが出

来る。

$$\lambda_S = N\lambda_g \left(1 + \frac{n_E}{n_G} \right) \quad (8.13)$$

ただし

n_E/n_G : the incremental failure rate factor

n_G/n : repair efficiency と呼ばれる。

図 8.3 は完全な事象で置き換えた場合と不完全な事象で置き換えた場合についてのシステムの故障率の変化を示している。

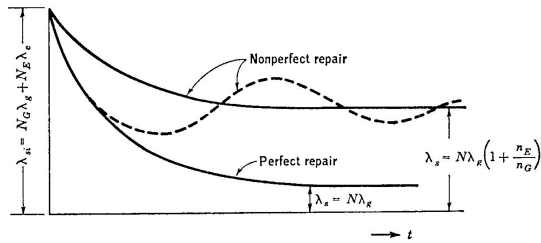


図 8.3 システムの故障率の変化

不完全な事象による変換の場合に、初期状態で $N_E \ll N_G$ で $\lambda_e \gg \lambda_g$ の場合には、弛緩発振器のような曲線となる。

8.1.4 故障率の時間変化

次にミサイルとか宇宙飛行機（スペース・シャトルは違うが）などのように 1 度しか使われない事象の場合の信頼度について考えてみる。このためには故障率や信頼度を知る必要があるが、これらは事象の年齢の関数である。 N_E を故障率 λ_e である substandard の事象の数、 N_G を故障率 λ_g である初期

故障を起こさない事象の数とする。このときの substandard の割合は

$$\frac{N_E}{N_E + N_G} = \frac{N_E}{N} \quad (8.14)$$

そうすると考えられる故障率は、事象の年齢を T とすると

$$\lambda = \lambda_g + \lambda_0 \exp \left[-\frac{T}{E(t)} \right] \quad (8.15)$$

ここで

$$\lambda_0 = (\lambda_e - \lambda_g) \frac{N_E}{N} \quad (8.16)$$

$E(t)$ は (8.4) 式で定義されている。時間 $T = 0$ のときの初期故障率は

$$\lambda_i = \lambda_g + \lambda_0 = \frac{\lambda_g N_G + \lambda_e N_E}{N} \quad (8.17)$$

となる。この式から判るように、初期故障を含んだ事象の平均の故障率を示している。

事象が稼働し始めると急速に一定値に近づき、次の値になる。

$$\lambda = \lambda_g \quad (8.18)$$

1 つの事象についての期待される信頼度は

$$\begin{aligned} R(T) &= \exp \left[-\int_0^T \lambda dT \right] \\ &= \exp \left\{ -\int_0^T \left[\lambda_g + \lambda_0 E(t) \exp \left(-\frac{T}{E(t)} \right) \right] dT \right\} \\ &= \exp \left[-\lambda_g T - \lambda_0 E(t) + \lambda_0 E(t) \exp \left(-\frac{T}{E(t)} \right) \right] \end{aligned} \quad (8.19)$$

となり、この信頼度は初期故障と偶発故障とを考慮した式となっている。

8.2 摩耗故障を含む場合

摩耗故障をも含ませるようにするには、(8.15)式において摩耗故障の故障率 λ_w を付け加えなければならない。よって全ての故障現象を含んだときの故障率は

$$\lambda_L = \lambda_g + \lambda_0 \exp \left[-\frac{T}{E(t)} \right] + \lambda_w \quad (8.20)$$

と与えられる。摩耗故障が正規分布で与えられる場合には、摩耗故障の故障率は次のように定義されている。

$$\lambda_w = \frac{q(T)}{R(T)} = \frac{\exp \left[-\frac{(T-M)^2}{2\sigma^2} \right]}{\int_T^\infty \exp \left[-\frac{(T-M)^2}{2\sigma^2} \right] dT} \quad (8.21)$$

一般に故障率は、密度関数から次のように与えられるので

$$\lambda_w = \frac{q(T)}{R(T)} = \frac{q(T)}{\int_T^\infty q(T) dT} \quad (8.22)$$

全故障率は次のようになる。

$$\lambda_L = \lambda_g + \lambda_0 \exp \left[-\frac{T}{E(t)} \right] + \frac{q(T)}{\int_T^\infty q(T) dT} \quad (8.23)$$

事象の累積信頼度あるいは寿命関数 $L(T)$ は、事象が動作し始める時間 $T = 0$ から数えて、次のようになる。

$$L(T) = \exp \left[-\int_0^T \lambda_L dT \right] \quad (8.24)$$

$L(T)$ は事象が時間 T で正常に動作している累積確率でもある。

時間 T から時間 $T+t$ までの、時間間隔 t での事象の信頼度は、次のようになる。

$$R(t, T) = \exp \left[-\int_T^{T+t} \lambda_L dT \right] \quad (8.25)$$

この式は、初期不良や摩耗不良が含まれていない事象のみから構成されているとき、次の式のように年齢 T を含まない式として与えられる。

$$R(t) = \exp(-\lambda_g t) \quad (8.26)$$

(8.24)(8.25) 式は、各々の故障モードの積で表すことが出来て

$$\begin{aligned} L(T) &= R_C(T)R_e(T)R_W(T) \\ &= \exp(-\lambda_C T) \exp\left\{-\frac{\lambda_0}{\alpha} [1 - \exp(-\alpha T)]\right\} \\ &\quad \times \exp\left[-\int_0^T \frac{q(T)}{\int_T^\infty q(T) dT} dT\right] \end{aligned} \quad (8.27)$$

$$\begin{aligned} R(t, T) &= R_C(T)R_e(T)R_W(T) \\ &= \exp(-\lambda_C t) \exp\left\{-\frac{\lambda_0}{\alpha} \exp(-\alpha T) [1 - \exp(-\alpha t)]\right\} \\ &\quad \times \exp\left[-\int_T^{T+t} \frac{q(T)}{\int_T^\infty q(T) dT} dT\right] \end{aligned} \quad (8.28)$$

$\alpha = 1/E(t)$ である。これらの式は、(8.19) 式から得られる。
 n 個の事象が直列接続されている場合のシステムの信頼度は

$$R_S(t) = \prod R_i(t, T_i) \quad (8.29)$$

として与えられる。この式の右辺は (8.28) 式によって与えられる。

以上より、事象の信頼度は、その事象が動作している時間以外に、その事象の年齢にも依存することが判る。しかも旨く選別された事象の信頼度は、指数関数によって表されることが判った。

第9章

メンテナンス、アベイラビリティ、依存度

9.1 メンテナンス

メンテナンスには2つの手法があり。1つは故障したときに修理する方法 (off-schedule maintenance)、もう1つは定期的に決められた時間に修理を行う手法である (schedule maintenance)。故障したときに修理するという行為は、当然の行為であり、信頼性工学にとってよりも経営的手法の問題の方に重点があるので、ここでは定期的に決められた時間にメンテナンスを行うという命題について考えていくことにする。

定期的に決められた時間にメンテナンスを行うことには、次の場合が考えられる。

1. システムが正常に動作するように、潤滑油を補給したり、清掃を行ったり、調整を行ったりする
2. 故障に近いと思われる部品を取り替えたり、オーバーホールを行う
3. システムが余裕を持った構成となっている場合、その冗長な部品をチェックしたり取り替えたりする

1番目の行為は、システム部品の劣化によってシステム全体が故障しないようにするために行われる。2番目の行為は、今まで学んできた故障までの劣化の知識に基づいて行われる。この2つの作業に必要な時間として T_p を用いる。

3番目の行為は、その他の2つの行為とは違っている。これはいわゆる冗長性を持っている部品であるので、この部品が故障したからといって直ちにシステム自体が動作しなくなるわけではない。しかし前にも述べたように、重要な設備などにおいてはなくてはならない部品である。

故障したときに修理する場合には、部品のMTBFを m で表現すると、システムが動作している時間との比を取ることによって、どの程度の回数発生するかと出ることが出てくる。修理する部品が多数存在する場合には、部品ごとにMTBFは異なるので、メンテナンスを行う回数の全数の平均値は、時間 t の動作時間において次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{t}{m} &= \frac{t}{m_1} + \frac{t}{m_2} + \dots \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{t}{m_i} \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i t \end{aligned} \quad (9.1)$$

個々の部品をメンテナンスするのに要する時間を T_i とすると、全部の部品についてメンテナンスをするために必要な時間は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} H_o &= \frac{t}{m_1} T_1 + \frac{t}{m_2} T_2 + \dots \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{T_i}{m_i} t \\ &= \sum_{i=1}^n (\lambda_i T_i) t \end{aligned} \quad (9.2)$$

この式の中の時間 T_i は、メンテナンスをする作業者の技量によって大きく変化する。この技量には、不良個所を特定する時間や修理後の確認作業時

間も含まれる。

この H_o はメンテナンス時間 T_o に変更することが出来る。これから元々予防として割り当てられている時間 T_p にこの時間を加えて、 t 時間動作するシステムにおいて、メンテナンスに必要な全時間を次のように求めることが出来る。

$$T_m = T_p + T_o \quad (9.3)$$

この時間以外にシステムをアイドルするための時間や、管理上必要なシステム停止時間などを含めた時間 T_r が必要である。これらの時間を考慮に入れて、system utilization factor は、次の式で定義される。

$$U = \frac{t}{T_p + T_o + T_r + t} \quad (9.4)$$

この式の内重要な時間は、機能的にシステムがダウンしている時間であり、次に示す比が重要である。この比のことを maximum possible system utilization factor と呼んでいる。

$$\begin{aligned} U &= \frac{t}{T_p + T_o + t} \\ &= \frac{t}{T_m + t} \end{aligned} \quad (9.5)$$

この比を増加させることが必要であるが、そのためにはシステムのMTBFを増加させる必要がある。それには(9.1)式(9.2)式から、故障対象となる部品数を減らす、修理時間を減らす方法が考えられる。そういった方法のうちMTBFが小さい部品の修理時間を減少させることがもっとも効率が良い。

次に定期的にメンテナンスを行う場合について考える。定期的に油を差すとか、使用中に環境の影響を受けないハーメチックシール*1を行った部品などを用いることにより、メンテナンス回数を減少させることが出来る。

*1 湿気などが入らないように、金属などの容器で完全に密閉してしまう方法

並列の状態部品が使われている場合には、そのMTBFは、2つの並列事象の場合 $3/2\lambda^{*2}$ であった。よってこの場合の故障は、部品の取り替えが行われなければ、平均時間 $3/2\lambda$ ごとに発生する。

MTBFが $1/\lambda$ である部品を2つ並列に用いたシステムにおいて、 $1/2\lambda$ 時間ごとに部品を取り替えるとすれば、システムの見かけ上のMTBFは無量大となる。

並列システムにおいて、システムの一方向の部品交換に対してシステム動作が影響を受けないとすると、システムの信頼性は動作時間とは関係がなくなる。2つの並列部品の内1つが故障したとき、その部品を交換するための時間を τ とする。このときもう一方の部品も故障したとする。このことが起こる確率は、不信頼度の計算から $1 - e^{-\lambda\tau}$ と与えられるが、故障した部品の取り替え時間がほんのわずかであれば、この確率はゼロにいくらでも近づく。この取り替え時間がゼロと言うことは、余り現実的ではないように思われるが、例えば部品をプラグイン方式などのようにすることによって実現することが可能となる。この様にしてほとんどゼロに近い取り替え作業時間によって、システムを故障することなく動かし続けることが出来るようになる。この様なシステムは、さらに3つの並列部品、4つの並列部品などへ拡張することが出来る。

この様にして用いられる部品は、故障したときに取り替えられるわけであるので、摩耗故障の状態まで使われていることになる。このことからこれらの部品のMTBFは、次の式によって計算されることになる。

$$m = \int_0^{\infty} L(t) dt \quad (9.6)$$

この中で $L(t)$ としては、第8章の(8.27)式が用いられる。この数値を用いることにより、常時持っていなければならない予備の部品数を求めることが出来るようになる。

次に簡単には不良部品を取り替えることが出来ない場合を考えてみる。こ

*2 (4.32) 式を参照

の場合には定期的に検査を行って、そのときに見つけられた不良部品を交換することになる。こういった場合について、信頼性工学としてはどのようなことが言えるのであろうか。

具体的な例について考えてみることにする。3つの同じ故障率を持った部品が並列に接続されているとすると、並列に関する信頼性の計算式から、次の式が成立する。

$$(r+q)^3 = r^3 + 3r^2q + 3rq^2 + q^3 \quad (9.7)$$

検査の間の実際に稼働している時間を T 、検査回数を n とすると (9.7) 式から、次のようなことが分かる。 r^3n は検査において不良品が見つからない場合。 $3r^2qn$ は1個の不良が見つかる場合。 $3rq^2n$ は2個の不良が見つかる場合。 q^3n は全てが不良となっている場合を示している。このことから n 回の検査において、取り替えなければならない不良部品の全平均数量 N は、次のように与えられることになる。

$$\begin{aligned} N &= n(3r^2q + 2 \cdot 3rq^2 + 3 \cdot q^3) \\ &= n(3r^2q + 6rq^2 + 3q^3) \end{aligned} \quad (9.8)$$

不良部品を取り替えるために必要な時間を h_1 とすると、全ての不良部品を取り替えるための時間は、次のようになる。

$$h_{total} = Nh_1 \quad (9.9)$$

さらに部品が故障しているかどうかを検査するために1回の検査において費やす時間を h_2 とすると、全ての検査において必要な時間は nh_2 となるので、検査全てにおいて必要な時間は、次の式となる。

$$h_{over-all} = Nh_1 + nh_2 \quad (9.10)$$

以上の結果から repair rate は $h_{over-all}/nT$ によって与えられることになる。

何人かの作業者によって検査が行われる場合には、それらの作業者の内一番長く掛かった作業者の時間によって、作業時間が決まってしまう。この場合には当然計算方法を変える必要が出てくる。

9.2 アベイラビリティ

maximum possible system utilization factor (9.5) 式はシステムのアベイラビリティを示している。この式は、システムが正常に動作可能な時間の割合をも表現しているからである。システム全体のMTBFを m とすると、平均のメンテナンス時間 T'_m は、 m システム動作時間について、次のように与えられる。

$$T'_m = T_m \frac{m}{t} \quad (9.11)$$

この式において m , T'_m を t , T_m と置けば maximum possible system utilization factor U_m と同じ数値となる。

システムアベイラビリティ system availability A は、次のように定義される。

$$A = \frac{m}{m + T'_m} \quad (9.12)$$

この式に置いても、 m , T'_m を t , T_m と置けば maximum possible system utilization factor U_m と同じ数値となる。この比が一番大きいときは、値が1つまり 100 [%] のときであり、すなわちメンテナンスが必要ないときである。

ここで $A + B = 1$ である、次の式で示すことの出来る complementary probability B を定義することが出来る。この B の値も確率を示しており、system unavailability と呼んでいる。

$$B = \frac{T'_m}{m + T'_m} \quad (9.13)$$

定義から分かるように、この B の値は、システムが有効に動作しない状態の確率を示している。

1年間(8760[時間])の時間を考え、 T'_m として1年間の内システムがダウンしている時間 T_m を考えると(9.12)(9.13)式は、次のように求められる。

$$A = 1 - \frac{T_m}{8760} \quad (9.14)$$

$$B = \frac{T_m}{8760} \quad (9.15)$$

この式の中にはMTBFが含まれていないが、決してMTBFと関係が無くなっている訳ではないと言うことに注意しなければならない。MTBFは T_m と深く関わっている。

9.3 依存度

時々決められたメンテナンスの比に関して、システムが有効に動作している確率を求められることがある。この確率のことを依存度 system dependability D と呼んでいる。

この場合は off-schedule maintenance T_o のみが関係してくる。これを用いて(9.12)(9.13)式と同じ式を求めると、次のようになる。

$$D = 1 - \frac{T_o}{8760} \quad (9.16)$$

(9.2)式は、システム動作時間 t 当たりの平均の off-schedule maintenanceを示しているので、この T_o は(9.2)式を用いて、求めることが出来る。まず始めに(9.2)式を次のように変形する。

$$\frac{H_o}{t} = \sum_{i=1}^n (\lambda_i T_i) \quad (9.17)$$

この式は、システムの1時間あたりに必要な off-schedule の人・時間を示している。この場合 $H_o = T_o$ である。よってこの式の左辺は、システムの信頼度 r を表している。次にこの値を $r = T_o/t$ (信頼度)へ変換する。この $r = T_o/t$ は1時間当たりのシステム稼働時間当たりに対する Off-schedule 実

時間を表している。このことから依存度は、次のように表される。

$$\begin{aligned} D &= \frac{t}{T_o + t} \\ &= \frac{1}{1 + T_o/t} \\ &= \frac{1}{1 + r} \end{aligned} \tag{9.18}$$

あるいは

$$D = \frac{1}{1 + \sum(\lambda_i T_i)} \tag{9.19}$$

第 10 章

経営的手法

ここでは信頼性工学を用いた経営的な手法について、どのような種類があるか述べることにする。

10.1 FMEA (failure Mode and Effects Analysis)

FMEAとは、システムを実際に製作する、あるいは稼働する前に事前にシステムに、不具合が含まれていないかどうかを判断するために行われる手法である。その手順は、次のように行われる。

- 手順1 システムあるいはサブシステムの目的あるいは機能の確認をする
- 手順2 システムあるいはサブシステムを検証するための分解レベルを決める
- 手順3 機能図あるいはシステム明細書を用いて機能ブロックを決める
- 手順4 機能ブロックを用いて信頼性ブロック図を作成する
- 手順5 信頼性ブロック図毎に考えられ得る故障モードを調べる
- 手順6 重要な故障モードを選定する

- 手順 7 故障モード毎に、推定される原因を列挙する
- 手順 8 FMEA の記入用紙に記載していく
- 手順 9 故障等級を決める
- 手順 10 故障等級のレベルに応じて、対策を検討する

この様な段階を踏んで行われる手法が FMEA である。この手順について順を追って少し詳しく述べていくことにする。

手順 1 システムが何を目的に稼働し、システムの構成部分であるサブシステムが、お互いにどの様に関連しているかを明確にしておく必要がある。このことは何を検討するのかとすることを、明確にするとすることからも重要なことである。

手順 2 分解すると言っても、個々の部品レベルまで分解する必要はない。サブシステムとして分解すればよいのであるが、どの様なレベルまで分解するべきかと言うことは、個人によって差が出てくるのはやむを得ない。目標としては FMEA の目的である、事前に不具合を判定することが可能になるように出来ることが大切であるので、いったんある分解法を決めた後、分解方法に問題が出てきた時点で再度見直すことも必要である。

手順 3 各サブシステムをさらに機能ブロックへ分解する。簡単なシステムの場合には、手順 2 と手順 3 とは同じになることもある。

手順 4 信頼性ブロック図は、機能ブロック図とほとんど同じ構成となるが、信頼性という観点から作成する必要があるため、その点で多少違った構成となる場合もある。信頼性ブロック図の各ブロック間には、お互いの機能がどの様に関連し合っているかを示すため、線などを用いて結んでおく必要がある。

手順 5 各信頼性ブロックにおいて、考えられうる全ての故障モードを列挙する。この作業は特に専門的知識と過去の経験によるノウハウが要求されるので、構成メンバーの中にその道の専門家が参加して

いなければならない。

手順6 手順5で得られた故障モードの中から、信頼性の観点から重要と思われる故障モードを選び出す。

手順7 各故障モードに応じた、推定されうる原因を列挙する。この作業も専門的知識と過去の経験によるノウハウが要求される。

手順8 この手順の中で用いられるFMEA記入用紙には、決まった書式はないが、次の項目はこのFMEAを行うにあたって必要である。

区別するための番号、対象品目、機能、故障モード、故障によって与える影響、故障統計、対策方法、表の作成者名、作成年月日

手順9 一般的に故障等級を求めるため、初めに次の変数を各10点満点で採点を行い、

次の(10.1)式で計算した後、表10.4を用いて、故障等級を求める。

$$C_S = (C_1 C_2 C_3 C_4 C_5)^{1/5} \quad (10.1)$$

ここで

C_S : 故障の評点

C_1 : 故障の影響の大きさ

C_2 : 故障の影響範囲の広さ

C_3 : 故障の発生頻度

C_4 : 故障防止の難易度

C_5 : 新規設計の程度

この内 C_1 は表10.1、 C_2 は表10.2、 C_3 は表10.3が用いられる。

手順10 以上の手順で求められた故障等級の内、故障等級の高い要因から順に、故障を発生させないための手段を考えていく。この手段は、故障の程度によって対策内容を決めていく必要がある。例えばある要因によってシステムの周りにゴミが発生するからと言って、システム全体に関わるような根本からの設計変更を行うことは、ただ単に

評価点	故障の影響の大きさ
10	機能達成不能
9	代替え方法により一部のみ達成可能
8	機能の重要な部分達成可能
7	機能の重要な部分が達成不能であるが、補助手段を用いて達成可能
6	機能の一部達成不能
5	機能の一部が達成不能であるが、補助手段を用いて達成可能
4	機能の軽微な部分が達成不能
3	機能の軽微な部分が達成不能であるが、補助手段を用いて達成可能
2	外観機能を低下させる軽微な故障
1	機能に影響なし

表 10.1 C_1 の評価点

評価点	故障の影響範囲の広さ
10	作業場内外において死亡事故発生
9	作業場内において死亡事故発生、作業場内外に被害発生
8	作業場内において死亡事故発生、作業場内で被害発生
7	重傷者発生、作業場内外で被害発生
6	軽傷者発生、作業場内で被害発生
5	人災無し、作業場などの建家まで被害発生
4	隣接する設備、装置にまで被害発生
3	設備の一部に被害発生
2	システムの被害はないが、変色などが発生
1	被害無し

表 10.2 C_2 の評価点

コストの上昇を招くだけであって、得策とは言えない。ここでの判断は、元の設計仕様において求められている条件を満足するように判断すると言うことが基本である。

評価点	故障の発生頻度 (時間、回数)
10	10^{-2} 以上
9	$10^{-2} \sim 3 \times 10^{-3}$
8	$3 \times 10^{-3} \sim 10^{-3}$
7	$10^{-3} \sim 3 \times 10^{-4}$
6	$3 \times 10^{-4} \sim 10^{-4}$
5	$10^{-4} \sim 3 \times 10^{-5}$
4	$3 \times 10^{-5} \sim 10^{-5}$
3	$10^{-5} \sim 10^{-6}$
2	$10^{-6} \sim 10^{-7}$
1	10^{-7} 以下

表 10.3 C_3 の評価点

故障等級	C_S
I	$7 \leq C_S < 10$
II	$4 \leq C_S < 7$
III	$2 \leq C_S < 4$
IV	$C < 2$

表 10.4 C_S と故障等級の関係

10.2 FTA (Failure Test Analysis)

FTAはアメリカ国防省が、ベル電話研究所の協力を得て、1961年に開発した、故障の図式解析手法である。その後様々なシステムにおいてこの手法が取り入れられている。

基本的な手法は、システムの運用中に生じた不具合事象をトップ事象と

し、その不具合を生じさせた要因を、一次要因二次要因などとして書き出し、これらの要因を結び合わせることによって構成された F T 図 (Fault Tree diagram) を用いて不具合の解析を行う。

この F T A は次のような手順で行われる。

- 手順 1 システムの動作、取り扱い方法などを修得する
- 手順 2 解析のトップ事象を選ぶ
- 手順 3 トップ事象の下に一次要因を列挙する
- 手順 4 トップ事象と一次要因とを論理記号で結ぶ
- 手順 5 一次要因を引き起こす二次要因を列挙し、同じように論理記号で結ぶ
- 手順 6 同じように三次要因、四次要因と求めていく
- 手順 7 ブール代数を用いて、F T 図を簡素化する
- 手順 8 各要因に対して、発生確率（不良率）を割り当てる
- 手順 9 論理記号に従い、トップ事象の発生確率を求める
- 手順 10 トップ事象の不具合発生確率が、要求仕様以下でない場合には対策を考える

これらの手順の内、まず始めにトップ事象としてどの様に選定するかと言うことが問題になる。その際に次の方針を利用すると良い。

1. 事象の内容が明確に定義でき、評価することが可能であること
2. なるべく多くの下位レベルの要因を包括するような事象であること
3. 設計上、技術上対応可能な事象であること

一次要因としては、トップ事象が発生する原因であり、一次要因同士はお互いに独立な要因を選ぶ。一次要因としてはシステムの基本機能を満足するために必要な要因を取り上げるべきであり、その要因に付随的な事象は取り上げない。しかし環境条件などのシステムそのものではない要因は、一次要因として取り上げておく必要がある。

要因同士を結びつける論理記号としては、図 10.1 に示すような記号があ

る。各記号の意味については、図の中に示しておいた。

F T図は、故障とその要因によって図が構成されているので、不信頼度を利用して発生確率を求めるほうが簡単である。

ここで次の近似式を考える。2つの要因が並列に接続されている図 10.2 の場合を考える。

この場合というのは、2つの要因の内いずれが発生しても元の事象が不良となる場合を示している。各々の要因の不良率を Q_A , Q_B とすると元の事象の不良率が求められるが、ここでこの2つの不良率が非常に小さい場合には、近似的に元の不良率は、次式のように与えられることになる。

$$\begin{aligned} 1 - (1 - Q_A)(1 - Q_B) &= Q_A + Q_B - Q_A Q_B \\ &\cong Q_A + Q_B \end{aligned} \quad (10.2)$$

信頼性工学から学んだように、この関係式はもっと多数の変数まで拡張することが可能であることが分かる。(10.2) 式の近似関係を使うと、この場合 F T図の OR 接続は、不信頼度の和に対応することになる。

F T図の AND 接続の場合は、もちろん不信頼度の掛け算となる。以上のことから F T図というのは、不信頼度を用いることにより、そのままブール代数を適用することが可能であることが分かる。

ただ気を付けなければならないことは、OR 接続は、F M E Aの信頼性ブロックの直列接続、AND 接続は信頼性ブロックの並列接続に対応しているということである。この違いは F T図が事象の故障について考えた図であることによって生じる性質である。

また当然の帰結であるが、ブール代数の各種定理を用いることも可能であるため、F T図をブール代数の定理を使うことによって、より見やすい形に変形することも可能となる。例えば図 10.3 は、図 10.4 のように簡略化することが出来る。これは次のブール代数の定理を用いることによって得ら





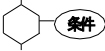


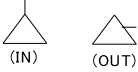
NO	記号	名称	説明
1		事象 event	事象を表現するために用いる
2		基本事象 basic event	これ以上展開することの出来ない事象を表現するために用いる
3		ANDゲート AND gate	入力事象が全て関与するとき に用いる
4		ORゲート OR gate	入力事象のいずれかが関与 するとき用いる
5		制約ゲート INHIBIT gate	条件が成立するとき出力事 象が現れる場合を表現するた めに用いる
6		非展開事象 undeveloped event	これ以上展開できない事象を 表現するために用いる。ただ し将来さらに展開が必要か もしれない状態を示す。
7		家型事象 house event	通常発生すると思われる事 象を表現するために用いる
8		移行記号 connecting symbol	関連する部分への移行ある いは接続を表現するために用 いる

図 10.1 FTAで用いられる記号

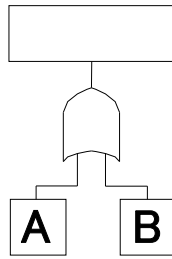


図 10.2 2つの要因が並列の場合

れる。

$$\begin{aligned}
 (X_1 + X_2)(X_1 + X_3) &= X_1 + X_1X_3 + X_1X_2 + X_2X_3 \\
 &= X_1 + X_1X_2 + X_2X_3 \\
 &= X_1 + X_2X_3
 \end{aligned}
 \tag{10.3}$$

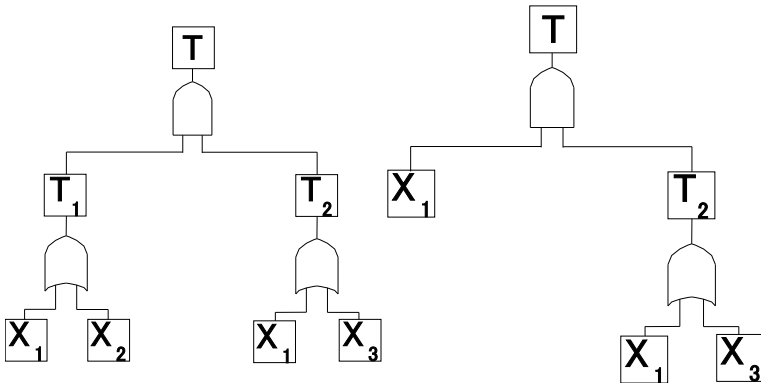


図 10.3 元のFT図

図 10.4 簡略されたFT図

10.3 デザインレビュー

デザインレビューは設計審査と呼ばれており、その定義は J I S Z 8115 によって述べられており

アイテムの設計段階で、性能・機能・信頼性などを価格・納期などを考慮しながら、設計について審査し改善を図ること

となっている。デザインレビューの受け取り方は様々であり、これでなければならぬと言うことはないが、いずれにしても事前に製品に対する問題を洗い出し、問題を解決しておくということは、余計なコストや時間の削減にもつながることになる。

デザインレビューにおいて重要な事柄について述べると、次のようなことがあげられる。

手法 デザインレビューにおいて用いられる手法としては、先に述べた F M E A, F T A などは、当然用いられる。また過去の事例、様々な文献なども必要となる。また問題点を明確にするため、絵や図を用いた資料も効果がある。

参加者 デザインレビューの参加者としては、もちろんその分野の設計者あるいは技術者の参加は必要であるが、レビューの性格から言って、判断に迷ったときあるいは意見が異なったときに、最終決断を行える人物の参加が必要である。この最終決断が無いとむやみに議論が発展し、まとまりのない結果となってしまう。

時間 長時間を費やしたからと言って、最適な結論が得られるわけではない。事前に十分な資料つまり方針に対して、誰しも納得できるような方針をもって会議に臨むことが望ましい。デザインレビュー前において判断に迷っている内容があり、デザインレビューの出席者の判断を求めたいテーマについては、問題点を明確にして提示できるよう

にしておくことが大切である。よってデザインレビューが始まる前に事前に内容を関係者に配布しておくことが望ましいが、それが不可能であっても会議の始まりの時点において、議題についての資料を配布すべきである。

議事録 デザインレビューの議事録を取ることは重要である。後々何か問題が生じたとき、何処に原因があったかを明確にすることが出来るばかりでなく、デザインレビュー後の作業においても抜けのない対応をすることが出来るようになる。当然議事録は、デザインレビューが終わった後関係者に配布して、確認を取っておくことが重要である。このことは、問題点の責任者を明確にすることからでも大切であるし、問題解決のための行動を確実に実行するという点からも重要なことである。

第 11 章

品質保証体系

11.1 品質保証の段階

一般的に品質保証を考える場合には、次に示すような7つの段階について考える必要がある。

1. 市場調査
2. 製品企画
3. 開発と設計
4. 生産
5. 製造
6. 販売、アフターサービス
7. 外注、購買

これらの7つの項目について、品質保証の観点から考慮しなければならないことがらについて述べていく。

市場調査

市場調査の目的は、市場がどのような製品を望んでいるかということである。決して故障しない製品を望んでいるか、あるいは少々故障

しても次の新しい製品が出てくることを望んでいるかということによって、結論は大きく異なってくる。もちろん故障しない新しい製品が次々と出てくるのが望ましいが、新しい製品が全く故障を起こさないような状態で常に出荷するということは、製造コストの上昇と検査期間の長期化という事態を生じるため両立させることは難しい。そこである程度の妥協をせざるを得ないことになる。では何処まで許容できるかということになるが、この問題は時代と共に変化しているため、その時代における許容限度を見定める必要がある。

その例として、製造物責任法（PL法）の施行がある。この法律は、従来の製造者側に立った法律解釈から、消費者の立場へと大きく方向転換した新しい法律であり、この法律によって製造者は製造物を販売した後も、大きな努力を払う必要が生じるようになった。この法律は、日本において1995年7月から、民法の特別法として施行されている。この法律の第一条（目的）を次に記載しておく。

「この法律は、製造物の欠陥により人の生命、身体または財産に係わる被害が生じた場合における製造者等の損害賠償の責任について定めることにより、被害者の保護を図り、もって国民生活の安定と国民経済の健全な発展に寄与することを目的とする」

この様に時代と共に市場における品質保証の考えが変化しているため、その時代に合致した市場調査は必要である。

また製品がどのような環境において用いられるかという調査も必要である。極端に温度が低いあるいは高い地域であるか、湿度、化学物質、放射能などの環境条件を十分に調査する必要がある。

製品企画

製品企画は、製品製造において非常に重要である。製品製造の成功に関して、製品企画の段階は90%から95%の重要度を占めていると言われる。

製品企画においては、市場調査で得られた情報を製品にもれなく反映

客のニーズ	重量	形状	耐水性	耐候性	表面形状	...
使いやすい	○	○			○	
長持ちする			○	○	○	
運びやすい	○	○				

表 11.1 品質表

させる必要があるので、次のような品質表や品質機能展開表を用いると良い*1。

(要求品質)			塗装		材料			重要度
一次	二次	三次	膜厚	含有率	材厚	材質	取付高さ	
		耐食性	◎	○		○		A
	故障が 少ない	耐摩耗性				◎		C
		材料強度			◎	○		A
	保全性 が高い	取り替えやすい						B
		互換性						C
		接近性						A

表 11.2 品質機能展開

開発と設計

この段階において必要な品質保証に関する手段として、次に示す方法が考えられる。

1. デザインレビューを行う。
2. FMEA、FTAを活用する。
3. 試作品あるいは製品の一部を作って事前に問題点を抽出する。

生産準備

この段階は、生産に必要な各種要因を抽出する段階である。そのためには、3Mと呼ばれている、次の項目について考えておく必要がある。

*1 日本規格協会：信頼性工学入門から引用

1. 作業者：*man*

その製品を設計通りに製作可能な技量をもった人材を確保しなければならない。

2. 機械：*machine*

設計基準を満たす精度が可能な機械の導入が必要となる。またこれらの機械は十分にアベイラビリティを満足しておく必要もある。

3. 手段：*method*

材料調達から製造完了までの作業標準を作成しておく必要がある。

製造

製造においては、工程管理表を作成し、無理・無駄・ムラを排除する必要がある。またいくら熟練した作業者といえどもいわゆるボンミスはつきものであるので、それらのあらゆる場合についても対処する方法や手順をあらかじめ準備しておく必要がある。

製品の品質を保証するため、可能な限りの信頼性試験を行っておく必要がある。信頼性試験についての例として、半導体における信頼性試験についてこの後で述べることにする。

ここで製品の欠陥について述べておく。アメリカにおいては、欠陥を次のように分類している。

1. 設計による欠陥
2. 製造・加工による欠陥
3. 表示あるいは警告の不備によって生じる欠陥

製造物責任訴訟において取り上げられる法律として、国民生活審議会消費者政策部会の、次のような答申が存在する。

「製品を流通に置いた時点における科学一技術的水準によってそこに内在する欠陥を発見することが不可能な危険」

この文言は、製造物責任訴訟において、被告が製造者を訴えるときの抗弁として取り上げられることがある。

販売、アフターサービス

販売・アフターサービスについては、十分にPL法を順守する必要がある。また保証期間という言葉があるが、世間一般で言われている保証期間は、主に販売する側の保証期間であり、製品の保証期間ではないことに注意しなければならない。例えばパソコンの保証期間として1年と製品には明記してあるが、製造業者としての保証期間は3年である。この3年の保証期間というのは、製品の修理が必要となったとき、製造から3年間は修理に必要な部品を供給しなければならないと言う保証期間である。

常に保守点検によって製品を稼働しなければならない製品の場合には、アベイラビリティが重要になってくる。このアベイラビリティは製品毎に違うので、その製品に見合ったアベイラビリティを考えていく必要がある。場合によっては100 [%]のアベイラビリティを求められることもある。

外注、購買

購買はいかに安くしかも十分な品質が保証される部品を購入するか、ということが重要である。さらに必要なときに必要な部品が、必要な数量入手できなければならない。在庫を持つことはそれだけで製品のコストに跳ね返ってくるので、綿密な購買計画の策定が必要である。品質保証の観点からは、製品全体の信頼度から逆算して、購入部品の信頼度を求めなければならない。よって外注・購買においても信頼性工学の手法は重要なテーマである。

11.2 半導体の品質保証

半導体における品質保障体系を図11.1に示す。図11.2は品質保証の確認工程である。

ではこれらの確認工程において、具体的にどのような信頼性試験が行われ

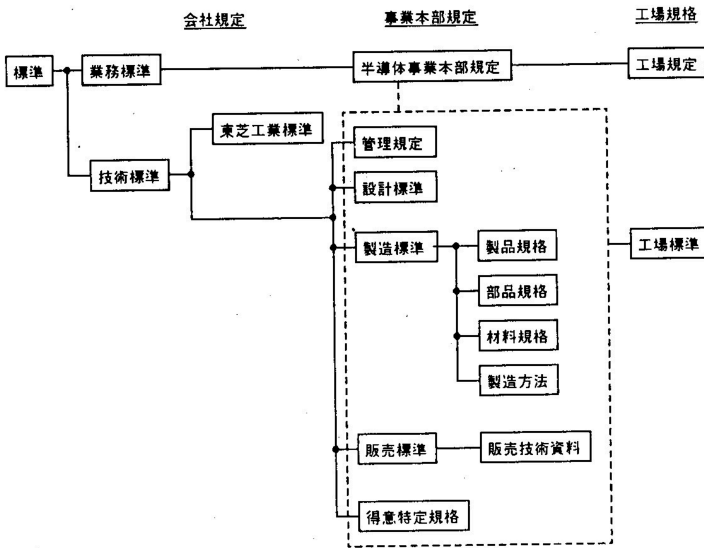


図 11.1 品質保証体系

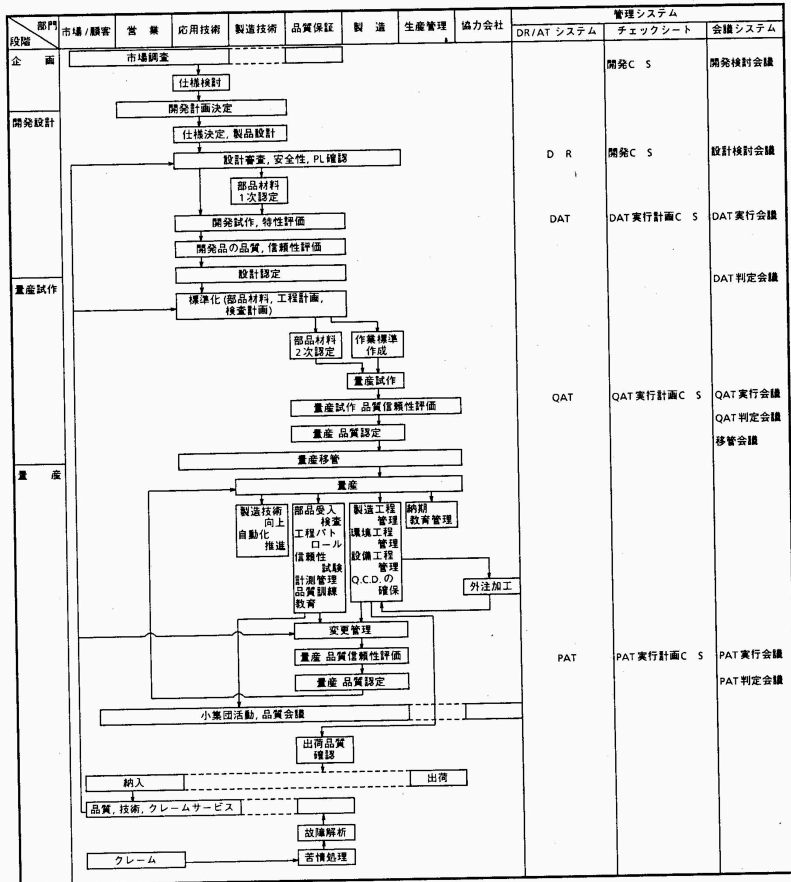
ているかについて、次の表 11.3、表 11.4 に述べておく。

最後に 2SC1815 についての信頼性試験試験結果と、その判定基準についての表を掲載しておく。

11.3 規格

以上の信頼性試験に関する規定は、次に示す様々な規格によって決められている。

1. 日本工業規格 (JIS 規格)
 - (a) JIS C 5 0 0 3 電子部品の故障率試験方法通則
 - (b) JIS C 5 7 0 0 信頼性保証電子部品通則
 - (c) JIS C 7 0 2 1 個別半導体デバイスの環境試験方法及



D R : Design Review
 DAT : Design Approval Test
 QAT : Quality Approval Test
 C S : Check Sheet

図 11.2 品質保証の確認工程



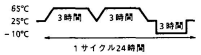
分類	試験項目	内容および試験条件	準拠規格
寿命試験	連続動作試験	長時間、デバイスに電氣的ストレス(電圧、電流)および熱的ストレスを加え、その耐性を評価する。 通常試験条件 $T_a = 125^{\circ}\text{C}$ 、電源電圧 = Operation Max	JIS C 7022: B-1, MIL-STD-883: 1005
	高温高湿動作試験	長時間、デバイスに電氣的ストレス、熱的ストレスおよび湿度ストレスを加え、その耐性を評価する。 通常試験条件 $T_a = 85^{\circ}\text{C}$ 、RH = 85%、電源電圧 = Operation Max	JIS C 7022: B-5 IEC-Pub. 749-III-5B
	高温保存試験	長時間、デバイスが高温下に放置された場合の耐性を評価する。 通常試験条件 $T_a = T_{\text{stg. max}}$	JIS C 7022: B-3, MIL-STD-883: 1008 IEC-Pub. 749-III-2
	低温保存試験	長時間、デバイスが低温下に放置された場合の耐性を評価する。 通常試験条件 $T_a = T_{\text{stg. min}}$	JIS C 7022: B-4
	高温高湿保存試験	長時間、デバイスが高温高湿下に放置された場合の耐性を評価する。 通常試験条件 $T_a = 60^{\circ}\text{C}$ 、RH = 90%	JIS C 7022: B-5
熱的試験	はんだ耐熱試験	はんだ付け時の熱に対する耐性を評価する。 通常試験条件 はんだ槽の温度 $260^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$ 、浸漬時間 10 ± 1 秒 デバイスのボディから $1.5 \pm 0.8\text{mm}$ まで浸す。	JIS C 7022: A-1 IEC-Pub. 749-II-2-2
	温度サイクル試験	低温と高温および温度変化に対する耐性を評価する。 通常試験条件 	JIS C 7022: A-4, MIL-STD-883: 1010 IEC-Pub. 749-III-1-1
	熱衝撃試験	急激な温度変化に対する耐性を評価する。 通常試験条件 	JIS C 7022: A-3, MIL-STD-883: 1011 IEC-Pub. 749-III-1-2
	耐湿性試験 (温湿度サイクル)	高温高湿度下での耐性を評価する。 通常試験条件 	JIS C 7022: A-5, MIL-STD-883: 1004 IEC-Pub. 749-III-6

図 11.3 信頼性試験の種類と内容 (1)

び耐久性試験方法

- (d) JIS C 7022 半導体集積回路の環境試験方法および
耐久性試験方法
- (e) JIS C 7030 トランジスタ試験方法
- (f) JIS C 7032 トランジスタ通則
- (g) JIS C 7210 信頼性保証個別半導体デバイス通則
2. 日本電子機械工業界標準規格 (EIAJ 規格)
- (a) EIAJ SD-121 個別半導体デバイスの環境及び寿命
試験
- (b) EIAJ SD-71 トランジスタ試験方法
- (c) EIAJ SD-31 電界効果トランジスタ試験方法

機械的試験	振動試験	輸送中または使用中に受ける振動に対する耐性を評価する。試験は可変周波数振動と一定周波数振動とがあり、通常可変周波数振動を行う。 通常試験条件 一定周波数振動 : 60±20Hz 196m/s ² 3方向 各32±8時間 可変周波数振動 : 100~2000Hz 196m/s ² 3方向 各4回一往復4分	JIS C 7022 : A-10, MIL-STD-883 : 2005 2007 IEC-Pub. 749-II-3
	衝撃試験	輸送中または使用中に受ける衝撃に対する耐性を評価する。 通常試験条件 構造により試験条件が異なるが、樹脂モールドタイプは、衝撃加速度14700m/s ² 4方向 各3回	JIS C 7022 : A-7, MIL-STD-883 : 2002 IEC-Pub. 749-II-4
	定加速度試験	定加速度に対する耐性を評価する。 通常試験条件 構造により試験条件が異なるが、樹脂モールドタイプは、加速度196000m/s ² 6方向 印加時間1分	JIS C 7022 : A-6, MIL-STD-883 : 2001 IEC-Pub. 749-II-5
	端子強度試験	端子部分の強度が、その取り付け配線または使用中に加えられる力に対して十分であるかどうかを評価する。 通常試験条件 リードの先端に規定荷重を吊り90°の折り曲げ戻しを行う。リードと平行な向きに引っ張り加重を加える。規定荷重は構造により異なる。	JIS C 7022 : A-11, MIL-STD-883 : 2004 IEC-Pub. 749-II-1
	はんだ付け性試験	端子部分のはんだの付きやすさを評価する。 通常試験条件 はんだ槽温度230°C、浸漬時間5秒	JIS C 7022 : A-2, MIL-STD-883 : 2003 IEC-Pub. 749-II-2-1
	気密性試験	封止の気密性を評価する。トレーサーガスにより微小リークを気泡により大リークを検出する。なお、この試験は、外囲器がメタル、セラミックタイプのデバイスに適用する。	JIS C 7022 : A-6, MIL-STD-883 : 1014 IEC-Pub. 749-III-7-4
	塩水噴霧試験	塩水霧雰囲気に対する耐腐性を評価する。 通常試験条件35°C、5% 溶液、24時間	JIS C 7022 : A-12, MIL-STD-883 : 1009 IEC-Pub. 749-III-8
その他	プレッシャークッカー試験	高温高湿度下で保存した場合の耐性を短時間で評価する。 通常試験条件203~255kPa, RH=100%	ED4701
	静電耐量試験	静電気に対する耐性を評価する。 通常試験条件 人体モデル : C=100pF, R=1.5kΩ 3回放電 マシンモデル : C=200pF, R=0Ω 1回放電 デバイス帯電モデル :	MIL-STD-883 : 3015 ED4701
	ラッチアップ強度試験	ラッチアップに対する耐性を評価する。 電流印加法 電圧印加法	

図 11.4 信頼性試験の種類と内容 (2)

3. 米軍用規格 (M I L 規格)

- (a) M I L - S T D - 2 0 2 F 電子部品、電気部品試験方法
- (b) M I L - S T D - 8 8 3 D マイクロエレクトロニクス試験方法
- (c) M I L - S T D - 7 5 0 C 個別半導体デバイス試験方法

プラスチック樹脂タイプ小信号トランジスタ
2SC1815 信頼性試験結果

	試験項目	標準規格 JIS C7021	試験条件	試験数	故障数	備考*
寿命試験	連続動作	B-4	Vc=25V, Pc=300mW Ta=25°C, 1000Hrs	230	0	0.4
	高温保存	B-10	Ta=125°C, 1000Hrs	210	0	
	高温高湿保存	B-11	Ta=60°C, RH=90% 1000Hrs	230	0	
環境試験	半田浸け加熱	A-1	260°C, 10秒間, 1回 (根元より1.5mmまで)	170	0	
	温度サイクル	A-4	-55°C ~ 25°C ~ 125°C ~ 25°C 20サイクル	530	0	
	熱衝撃	A-3	100°C ~ 0°C, 10サイクル	190	0	
	耐湿性	A-5	Ta= ~ 65°C, RH=90 ~ 98% 10サイクル	190	0	
機械的試験	振動	A-10	100 ~ 2000Hz 20G 3方向各4回	60	0	
	衝撃	A-7	1500G, 0.5ms 4方向各3回	60	0	
	定加速度	A-9	20000G, 6方向各1分間	60	0	
	端子強度	A-11	250g, 90°折曲げ, 3回	90	0	
	自然落下	A-8	75cm, カエテ板上, 3回	90	0	
	半田なじみ	A-2	230°C, 5秒間 (規定フラックス使用)	90	0	

*故障率 %/1000H, 60% 信頼水準

図 11.5 信頼性試験試験結果

2SC1815 故障判定基準

特性項目	記号	測定条件 (Ta=25℃)	判定基準*	備考
コレクタしゃ断電流	I _{CB0}	V _{CB} =60V, I _E =0	USL × 2	0.2μA Max
エミッタしゃ断電流	I _{EB0}	V _{EB} =5V, I _C =0	USL × 2	0.2μA Max
直流電流増幅率	h _{FE}	V _{CE} =6V, I _C =2mA	USL × 1.2 LSL × 0.8	56~840

*USL: 規格値上限, LSL: 規格値下限

図 11.6 判定基準

シリコンNPNエビタキシャル形(PCT方式)

2SC1815

(2SC1815)

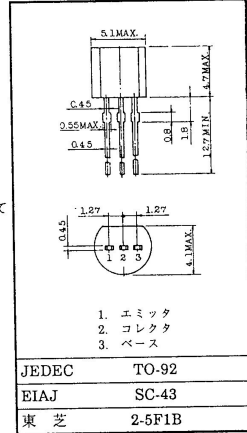
- 低周波電圧増幅用
- 励振段増幅用

- 高耐圧でしかも電流量が大きい。
: $V_{CEO} = 50V$ (最小), $I_C = 150mA$ (最大)
- 直流電流増幅率の電流依存性が優れています。
: $h_{FE}(2) = 100$ (標準) ($V_{CE} = 6V, I_C = 150mA$)
: $h_{FE}(I_C = 0.1mA) / h_{FE}(I_C = 2mA) = 0.95$ (標準)
- $P_O = 10W$ 用アンプのドライバおよび一般スイッチング用に適しています。
- 雑音指数の管理をしています。: $NF = 1dB$ (標準) ($f = 1kHz$)
- 2SA1015とコンプリメンタリになります。(O, Y, GRクラス)

最大定格 ($T_a = 25^\circ C$)

項 目	記 号	定 格	単 位
コレクタ・ベース間電圧	V_{CEO}	60	V
コレクタ・エミッタ間電圧	V_{CE0}	50	V
エミッタ・ベース間電圧	V_{EBO}	5	V
コレクタ電流	I_C	150	mA
ベース電流	I_B	50	mA
コレクタ損失	P_C	400	mW
接 合 温 度	T_j	125	$^\circ C$
保 存 温 度	T_{stg}	-55~125	$^\circ C$

単位 : mm



電氣的特性 ($T_a = 25^\circ C$)

項 目	記 号	測 定 条 件	最小	標準	最大	単 位
コレクタシャ断電流	I_{CBO}	$V_{CB} = 60V, I_E = 0$	—	—	0.1	μA
エミッタシャ断電流	I_{EBO}	$V_{EB} = 5V, I_C = 0$	—	—	0.1	μA
直 流 電 流 増 幅 率	$h_{FE}(1)$ (注)	$V_{CE} = 6V, I_C = 2mA$	70	—	700	
	$h_{FE}(2)$	$V_{CE} = 6V, I_C = 150mA$	25	100	—	
コレクタ・エミッタ間飽和電圧	$V_{CE(sat)}$	$I_C = 100mA, I_B = 10mA$	—	0.1	0.25	V
ベース・エミッタ間飽和電圧	$V_{BE(sat)}$	$I_C = 100mA, I_B = 10mA$	—	—	1.0	V
トランジション周波数	f_T	$V_{CE} = 10V, I_C = 1mA$	80	—	—	MHz
コレクタ出力容量	C_{ob}	$V_{CB} = 10V, I_E = 0, f = 1MHz$	—	2.0	3.5	pF
ベース拡がり抵抗	$r_{bb'}$	$V_{CE} = 10V, I_E = -1mA, f = 30MHz$	—	50	—	Ω
雑 音 指 数	NF	$V_{CE} = 6V, I_C = 0.1mA, f = 1kHz, R_G = 10k\Omega$	—	1.0	10	dB

注 : $h_{FE}(1)$ 分類 O : 70~140, Y : 120~240, GR : 200~400, BL : 350~700

図 11.7 2SC1815

第 12 章

半導体物理

この章では半導体においてどのような信頼性上の問題があり、どのように解決されているかについて、具体的に考えていくことにします。

12.1 最大定格

最大定格とは、絶対に瞬時たりとも越えてはならない値です。これらの定められた値を越えて使用した場合には、その後の半導体の性能は保証されません。この最大定格として規定されている内容としては、端子に印加可能な電圧、端子に流し得る電流、消費し得る電力、接合部分の温度、及び保存温度などが主な項目です。

トランジスタの場合の最大定格の例を次の表に掲げておきます。またちょっと古いトランジスタですが、2SC1815 のデータです。

項 目	記号	定格
コレクタ・ベース間電圧	V_{CBO}	60 [V]
コレクタ・エミッタ間電圧	V_{CEO}	50 [V]
エミッタ・ベース間電圧	V_{EBO}	5 [V]
コレクタ電流	I_C	150 [mA]
ベース電流	I_B	50 [mA]
コレクタ損失	P_C	400 [mW]
接合温度	T_j	125 [°C]
保存温度	T_{stg}	- 55 ~ 125 [°C]

表 12.1 最大定格の例

これらの最大定格は半導体の物理的制約から定められており、先に述べたように瞬時たりとも越えてはならない規格です。

次に電圧の最大定格を越えた場合に起こる現象について考えてみます。最大定格を越えると電流が急激に流れます。この現象をブレイクダウンと呼んでいます。

このブレイクダウンという現象を引き起こす原因には二つあります。一つはなだれ降伏と呼ばれ、もう一つは、ツェナー降伏と呼ばれています。この二つについて説明をします。

12.1.1 なだれ降伏

強い電界が半導体に印加されるとキャリア^{*1}は強く加速されシリコン原子に激しく衝突します。ある限界速度を越えたキャリアが原子に衝突しますと原子の中の電子がはじき出され、それによって新たにキャリアが発生します。この過程によって生成されたキャリアは再び加速され、次の原子に激しく衝突し再びキャリアを発生するようになります。このようにして次々と動

*1 動きうる電荷を持った粒子のこと。正孔または電子。

き得るキャリアを増やしながらか大電流を発生する現象が、なだれ降伏と呼ばれます。この現象は次の様に説明することが出来ます。

なだれ降伏は先の説明のように強い電界によって加速されたキャリアが原子と衝突し、2次の正孔・電子対を発生させますので、当然この現象は電界の強い空間電荷層内で発生します。この現象を説明するために、まず始めになだれ降伏を引き起こすための1次電流が必要です。この現象を簡単に説明するために非対称に不純物が分布しているpn接合について考えることにします。p型領域の濃度が高い場合、n型領域へ正孔が空間電荷層をよぎって流れますが、この正孔によって N_1 個の正孔・電子対が作り出され、さらにこの N_1 個の正孔電子対によって N_2 個の正孔・電子対を生じるとします。最初の正孔の数を N_0 としますと、再結合は起こらないとして計算すると、全正孔数は次の式として与えられます。

$$\begin{aligned} N_0 + N_0 N_1 + N_0 N_1 N_2 + N_0 N_1 N_2^2 + \dots &= N_0 [1 + N_1(1 + N_2 + N_2^2 + N_2^3 + \dots)] \\ &= N_0 \left(1 + N_1 \frac{1}{1 - N_2} \right) \\ &= N_0 \frac{1 + N_1 - N_2}{1 - N_2} \end{aligned} \quad (12.1)$$

なだれ降伏は元のキャリア数より多く発生することはありませんので、 N_2 は1以下です。この式に電荷を掛けると電流が得られますので、全電流は

$$I = I_s \frac{1 + N_1 - N_2}{1 - N_2} \quad (12.2)$$

と与えられます。なだれ降伏が起きる電圧は、上の式が無限大になるときの電圧によって与えられます。一般的にこの電圧は不純物の量が少ない方の領域の不純物の量によって決まり、その不純物の量が増大するにつれて減少します。実際の変化は、もっと複雑です。

上記の関係は、イオン化率という概念を用いても表現することが出来ます。正孔、電子のイオン化率を共に α と仮定します。生成された正孔密度

に対する元の正孔密度の比を増倍係数 M と置きますと

$$M = \frac{1}{1 - \int \alpha dx} \quad (12.3)$$

という関係式が得られます。ここで積分範囲はなだれ降伏が発生している領域が選ばれます。この増倍係数に対し、次の経験則が得られています。

$$M = \frac{1}{1 - (V/V_B)^n} \quad (12.4)$$

この式の中で

V_B : ブレークダウン電圧

n : 2 ~ 6 の範囲の値を持つ定数

12.1.2 ツェナー降伏

結果的にはなだれ降伏と同じですが、現象的には全く違うのがツェナー降伏と呼ばれる現象です。電界が大きくなった場合シリコン中の電子がその拘束力に耐えきれずに、ちぎれて原子から飛び出してしまう現象がツェナー降伏です。

不純物濃度が高い場合は、ツェナー降伏が起こりやすくなります。それは不純物濃度が高いと空間電荷層の幅が狭いため、空間電荷層の中の電界が非常に高くなるためです。ではどの程度の電界でツェナー降伏が生じるかといいますと、約 10^6 [V/cm] の電界でこの現象が生じます。先ほどの説明から分かりますように、ツェナー降伏は強い電界によって原子間の結合が切れるわけですから、なだれ降伏のような降伏を起こすための粒子は必要ではありません。

pn 接合が持っている作りつけの電圧（接触電位） Ψ_0 は、物性理論による不純物濃度の関数であり、次のように与えられます。

$$\Psi_0 = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) \quad (12.5)$$

ただし

k : ボルツマン定数

T : 絶対温度

q : 素電荷

N_A : アクセプタの数

N_D : ドナーの数

n_i : 不純物が無いときの真性キャリア濃度

この式から分かりますように接触電位は、不純物濃度が高くなると電位自体も高くなります。つまり不純物濃度が高くなると空間電荷層の幅も狭くなりますが、接触電位も大きくなります。これは外部からの電圧に比べ濃度が高くなると、接触電位が次第に無視出来なくなることを示しています。極端な場合外部から正の電圧を加えた状態でもツェナー降伏が起きようになり、このような状態のダイオードをトンネル・ダイオードと呼んでいます。この様にツェナー降伏はトンネル現象であり、詳しく説明するためにはトンネル現象に対する説明が必要となります。ここではこれ以上の説明は行いません。

12.1.3 電圧

次に最大定格の測定方法、特にバイポーラ・トランジスタの場合について説明します。その中でコレクタ電圧の測定について考えてみます。コレクタ電圧を測定する場合、トランジスタの外部に何等かの素子を接続することにより現れる波形には大きな違いが生じます。 V_{CBO} 、 V_{CEO} の測定回路について、次の図 12.1 に示します。

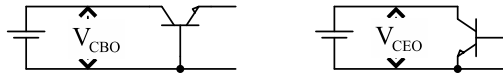


図 12.1 耐電圧測定回路

ここで図の中で用いられている記号の意味について述べておきます。最初の文字 V は、電圧であることを意味しています。添え字は、 CBO であれば、ベース端子を基準にしたコレクタ電圧で、エミッタ端子がオープン状態を示します。最後の文字が s の場合短絡 (short)、 R の場合抵抗が接続されている、 X の場合容量あるいはコイルが接続されていることを示しています。

図 12.2 を、考えてみます。

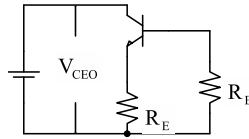


図 12.2 コレクタ・エミッタ間耐圧

二つの抵抗の大小を考えますと、次のように分類することができます。

- $R_E = R_B = 0$ の場合 V_{CES}
- R_E : 有限, $R_B = 0$ の場合 名称無し
- $R_E = 0$, R_B : 有限 の場合 V_{CER}
- $R_E = 0$, $R_B = \infty$ の場合 V_{CEO}
- $R_E = \infty$, $R_B = 0$ の場合 V_{CBO}
- R_E : 有限, R_B : 有限 の場合 名称無し
- $R_E = \infty$, R_B : 有限 の場合 名称無し
- R_E : 有限, $R_B = \infty$ の場合 名称無し
- $R_E = R_B = \infty$ の場合 印可電圧無し

この中に V_{CBO} , V_{CEO} が含まれていることから分かりますように、有限の値の抵抗が接続されている場合というのは、 V_{CBO} , V_{CEO} の二つの中間を意味していることとなります。以上のことから、抵抗の値をゼロから無限大へと変化することにより、一方の状態からもう一方の状態へと変化することとなります。具体的にどの様な変化をするかということについては、文献 [?] の EMI モデルを頭に描きながら考えていく必要があります。しかしこの変化は、非線形関数を考える必要がありますので、シミュレーションで調べていく方法がもっとも楽でしょう。ガンメル・プーン・モデル自体には、耐圧を表現するパラメータが含まれていませんので、別のトランジスタ・モデルを用いるか、何か別の素子を付け加えてシミュレーションをする必要があります。

シミュレーションを使わない別の方法としては、数式を用いて直接解く方法となりますが、これも実際かなり面倒な方法です。

耐電圧を大きい順に並べますと、 $V_{CBO} > V_{CEO} > V_{CES} > V_{CEX}$ となります。

V_B の温度係数は正の値をとりますが、 I_{CBO} が温度の上昇と共に増加するため低電流領域での V_{CBO} は、高温で見かけ上小さくなることがあります。

12.1.4 電流

電流についても当然のことながら制限があります。ほとんどの場合半導体自体が異常を起こす前に、過大な電流を流すとチップ上のアルミが溶けてしまします。また個別半導体などの場合はボンディング・ワイヤーが加熱し、溶けるかあるいは樹脂が燃えてしまう現象となります。

トランジスタのベース～エミッタ接合に逆向きの電流を流しますと、トランジスタの β が低下するという現象が生じます。最近のトランジスタのようにベース領域が非常に薄くなってくると、この現象はより顕著に現れます。たとえ数 μA の逆向きの電流を流しただけでも、 β の低下が生じてしまうので注意しなければなりません。

12.2 電力及び熱

熱の問題は能動素子のパラメータの値が熱による温度変化によって変動する、という現象を引き起こすばかりでなく、能動素子の接合温度を上昇させ、素子を破壊してしまうという現象をも引き起こすことから重要です。

熱の問題で必要となる方程式は、次のように与えられます。

$$\Delta T = R \times P \quad (12.6)$$

ここで

ΔT : 温度差

R : 熱抵抗 [$^{\circ}\text{C}/\text{W}$]

P : 電力

この式を見て分かりますように温度変化が消費電力に比例し、その比例係数が熱抵抗となっています。つまり線形方程式です。勿論厳密な方程式は非線形方程式であり、線形方程式ではありません。よってこの方程式は近似の方程式となっていますが、我々が通常接している現象は線形な現象であるとみなしても、実際問題において問題となるようなことはありません。以上の点から我々が考える問題に対しては、上の式を厳密に成り立つものとして扱っていくことにします。

<参考>

1822 年、フランスの数理物理学者 J.Fourie によって導入された熱伝導の式は、次のように与えられます。

$$q_x = -kA_x \frac{dT}{dx} \quad (12.7)$$

ただし

q_x : x 軸方向のエネルギーの流れ

k : 熱伝導度 (単位 $[m \text{ } ^\circ\text{C}/w]$)

A_x : x 軸方向の面積

この式は x 軸のみに関する熱伝導の式ですが、(12.6) 式と比較すると、次のような違いがあります。(12.7) 式の中の熱伝導度と面積を掛け合わせたものが熱抵抗の逆数として定義されています。マイナスの記号が (12.6) 式の中にはありません。このマイナスの記号については、電力の向きを適当にとることによって、マイナスの記号を吸収させることができます。様々な物質についての熱伝導度については、理科年表もしくは熱伝導に関する著書をご覧ください。

トランジスタは通常の使用状態においては、ベース～エミッタ間電圧よりもコレクタ～ベース間電圧の方が大きくとられます。電力は電圧と電流との積で与えられること、コレクタ電流とエミッタ電流とはほぼ同じ大きさであるため、大部分の電力消費はコレクタ～ベース接合部分において生じます。これからの議論はこの様なバイアス状態を仮定して考察を進めることとします。勿論最近の回路設計のように電源電圧が低い状態では、当然ベース～エミッタ間電圧をも考慮しなくてはならないことは言うまでもありません。

具体的に熱の問題として、単体のトランジスタについて考えてみます。電力が消費されている半導体チップの回りに単純に樹脂がかぶっている場合についての熱に関する熱等価回路は図 12.3 のように与えられます。

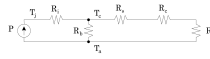


図 12.3 熱等価回路

ここで

P : 消費電力

R_i : 接合部から外囲器までの熱抵抗

R_b : 外囲器から外気までの熱抵抗

T_j : 半導体接合部での温度

T_c : 接合部と外囲器の境の温度

T_a : 外気温度

このときの全体の熱抵抗は、電気抵抗の場合と同じように、次式によって与えられます。これは消費電力を電流、温度差を電圧と見なすことによって、電気抵抗の場合と全く同じと扱うことができるからです。

$$R_T = R_i + R_b \quad (12.8)$$

次に放熱板（半導体の接合温度の上昇を防ぐため、半導体外囲器に付けられる金属板）がついている場合について考えてみます。この場合の等価回路は、次のように与えられます。

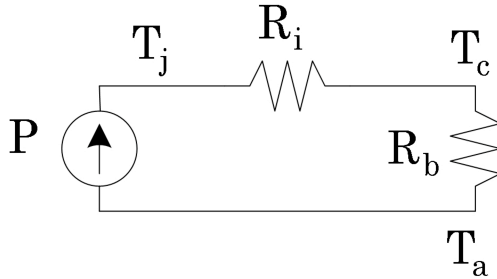


図 12.4 放熱板がある場合の熱等価回路

ここで

R_s : 絶縁板の熱抵抗

R_c : 放熱板と接触部での接触熱抵抗

R_f : 外圍器に対する放熱板熱抵抗

熱等価回路より、この場合の全体の熱抵抗は次の式となります。

$$R_T = R_i + \frac{R_b(R_s + R_c + R_f)}{R_b + R_s + R_c + R_f} \quad (12.9)$$

この式は放熱板を付けた場合の式ですから、当然 R_b の値はそのほかの熱抵抗に比べて非常に大きくなります。よって上の式は、次のように近似しても大きな誤差は生じません。

$$R_T = R_i + R_s + R_c + R_f \quad (12.10)$$

放熱板がついた半導体については、通常この式が用いられます。

通常消費電力の情報から、接合部の温度を求めることが必要になります。その場合熱抵抗を求める必要が出てきます。この熱抵抗は、求める必要のある対象物が簡単な形状である場合には、ある程度物理的な特性からも求めることは可能ですが、一般に求める必要のある対象物の形状は、複雑である場合が多いようです。このようなとき用いられる方法は、温度依存性が分かっ

ている物質を用いて熱抵抗を実験的に求めることです。半導体の場合にはダイオードの順方向電圧の温度依存性を用いることがよく用いられます。この温度依存性は約 -2 [mv/deg] です。この値自体はダイオードの不純物によって変化しますので、正確に求めるためにはこの温度依存性についても恒温層を用いて実測する必要があります。

過渡熱抵抗

実際に熱抵抗を測定する方法としては、過渡熱抵抗と呼ばれる方法が用いられます。この方法は測定しようとする対象物に含まれているダイオードにパルス状に電力を供給し、そのパルスの幅を変えて熱抵抗を測定する方法です。

トランジスタの熱等価回路は、過渡応答の場合には図 12.3 のような簡単な形に表すことはできません。それは図 12.3 の等価回路は、電気回路で言えば直流の等価回路に相当するからです。詳しくは図 12.5 のように熱的な容量を考える必要があります。

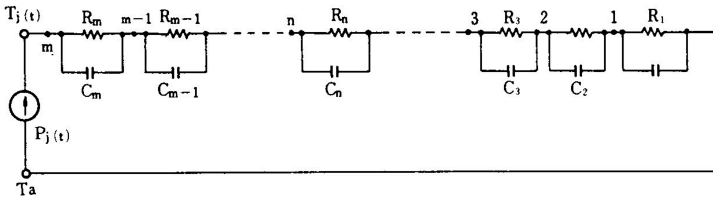


図 12.5 容量を考慮した熱等価回路

この等価回路へ、図 12.6 に示すような電力が印可されたとします。

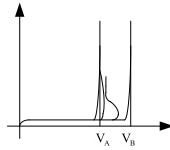


図 12.6 電圧波形

過渡熱抵抗は、図 12.7 のような特性を示します。

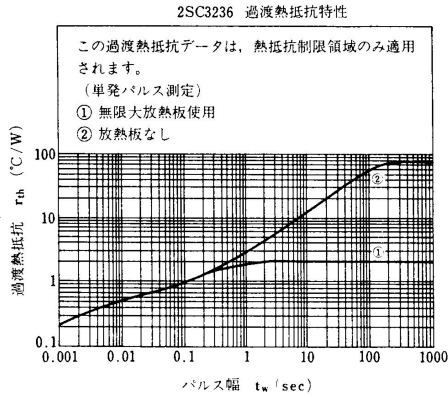


図 12.7 過渡応答特性

また $R_s + R_c$ の値は実測から求められており、その代表的な値を表 12.2 に示しておきます。さらに金属板と熱抵抗の関係は次の図 12.8 のように与えられます。

外囲器	絶縁版	$R_s + R_c$ [deg/W]	
		シリコングリース	
		有り	無し
TO-3	絶縁無し	0.10	0.3
	テフロン	0.70 ~ 0.80	1.25 ~ 1.45
	マイカ (50 ~ 100 μ)	0.5 ~ 0.7	1.2 ~ 1.5
TO-66	絶縁無し	0.15 ~ 0.2	0.4 ~ 0.5
	マイカ (50 ~ 100 μ)	0.6 ~ 0.8	1.5 ~ 2.0
	マイラー (50 ~ 100 μ)	0.6 ~ 0.8	1.2 ~ 1.4
TO-126 2-8H1A	絶縁無し	0.3 ~ 0.5	1.5 ~ 2.0
		2.0 ~ 2.5	
TO-220AB	絶縁無し マイカ (50 ~ 100 μ)	0.3 ~ 0.5	1.5 ~ 2.0
		2.0 ~ 2.5	4.0 ~ 6.0
TO-220	絶縁無し	0.4 ~ 0.6	1.0 ~ 1.5
TO-3P 2-16B1A 2-16C1A	絶縁無し	0.1 ~ 0.2	0.5 ~ 0.9 2.0 ~ 3.0
	マイカ (50 ~ 100 μ)	0.5 ~ 0.8	
	マイカ (50 ~ 100 μ)	0.5 ~ 0.8	
TO-3P(L) 2-21F1A	絶縁無し	0.1 ~ 0.2	0.4 ~ 1.0
	マイカ (50 ~ 100 μ)	0.5 ~ 0.7	1.2 ~ 1.5
TO-3P(H) 2-16D2A	絶縁無し	0.2 ~ 0.4	1.1 ~ 1.5
	マイカ (50 ~ 100 μ)	1.4 ~ 1.6	2.5 ~ 3.5
TO-3P(H) 2-16E2A	絶縁無し	0.6 ~ 0.8	1.3 ~ 1.7

表 12.2 熱抵抗

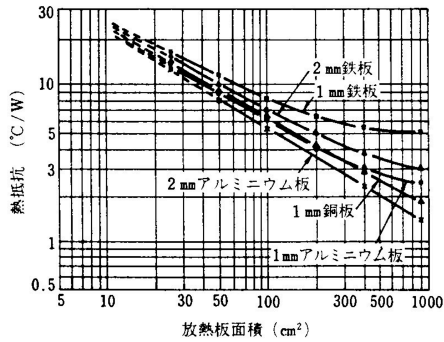


図 12.8 金属の熱抵抗

12.3 ストレスによる劣化式

12.3.1 アレニウス・モデル

半導体にとって温度は、特性を劣化させる重要な因子です。この温度に対する式として、化学反応モデルであるアレニウス・モデルが用いられます。アレニウス・モデルは、次の式で与えられます。

$$K = A \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right) \quad (12.11)$$

ここで

K : 化学反応速度

A : 定数

ϕ : 活性化エネルギー

k : ボルツマン定数

T : 絶対温度

この式を用いると、半導体がある劣化量 a に達するまでの時間は、 $\tau = a/K$ によって与えられ $A' = a/A$ と置くと、(12.11) 式は次のようになります。

$$\tau_1 = A' \exp\left(\frac{\phi}{kT}\right) \quad (12.12)$$

この式を見るとわかりますように、時間の対数を考えると温度に対して直線関係となります。(12.12) 式から二つの温度を考えますと、次の式が得られます。

$$\tau_1 = A' \exp\left(\frac{\phi}{kT_1}\right), \quad \tau_2 = A' \exp\left(\frac{\phi}{kT_2}\right) \quad (12.13)$$

この式より

$$\frac{\ln \tau_1 - \ln A'}{\ln \tau_2 - \ln A'} = \frac{T_2}{T_1} \quad (12.14)$$

$$\alpha = \frac{\tau_2}{\tau_1} = \exp\left[\frac{\phi}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right] \quad (12.15)$$

ここで

α : 加速係数と呼ばれる

これまで式の中で出てきた活性化エネルギーは、故障メカニズムによって異なりその値は次の表のように求められています。

故障メカニズム	活性化エネルギー [eV]
アルミのエレクトロ・マイグレーション	0.6~1.2
アルミのストレス・マイグレーション	0.7~1.4
金-アルミ合金の成長	0.85~1.1
アルミの腐食	0.6~1.2
酸化膜の破壊	0.3~0.35
水分によるイオン移動の加速	0.8
SiO ₂ 中のナトリウムイオンの移動	1.0~1.4
Si-SiO ₂ 海面のスロートラッピング	1.0
反転層の生成	0.8~1.0

表 12.3 活性化エネルギー

12.3.2 アイリング・モデル

温度以外に湿度や電圧電流、機械的なストレスがある場合には、次のアイリング・モデルを用いなければなりません。

$$\ln(\tau) = A + \frac{B}{T} - \alpha \times \ln(S) \quad (12.16)$$

ここで

τ : 寿命

A, B, α : 定数

S : 温度以外のストレス

12.4 サージ

サージ破壊とは人体などに帯電した静電気が、半導体に流れ込み破壊してしまう現象のことをいっています。このような現象は、さまざまな環境によって現象自体が影響を受けるため再現性が余り無く、また破壊されてしまう現象であるためなかなか捕らえにくいのが実状です。

12.4.1 サージ試験

サージ自体は帯電した静電気が何らかの形で瞬時に放電される現象ですので、電気量としては大きいものではありませんが、電圧はかなり大きな値となります。よってサージ試験もある決められた小さい値のコンデンサを十分高い電圧で充電し、その蓄えられた電荷を試料に対して一気に放電して再現する方法が用いられます。図で示すと、図 12.9 のようになります。

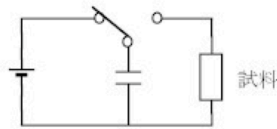


図 12.9 サージ試験法

12.4.2 サージ対策

サージによって破壊されると、回復しない現象であるため電気機器にとっては致命傷となります。そのためにたとえサージが入ってきても、機器本体を破壊されないようにする必要があります。ここでは半導体のサージ破壊に対する対策方法に限定して話をします。

半導体の場合には、特に MOS のゲート端子、BJT のエミッタ端子が破壊され易い端子です。通常これらの端子を保護するために、電源端子間及び GND 端子間に逆向きのダイオードが挿入されます。つまり端子から流入する電荷をダイオードを経由して本体の半導体回路の方へ流れ込まないようにします。

そのほかの対策方法は数多くあります。例えば

1. 直接サージ電流が入り込まないように直列に値の小さい拡散抵抗を入れ、サージ電流をサブストレートの方へ流してしまう方法。
2. サージ対策用に作られた特別の回路を挿入する方法。
3. サージに負けないように半導体自体を大きく作り、サージによる電流密度を下げる方法

などです。

以上は半導体自体をサージに対して強くする方法ですが、それらの方法を用いてもある限界を越えられない場合があります。その場合には半導体を機器に組み込むまでが問題になることがあります。つまり半導体自体はサージに対して弱いのですが、機器に組み込んでしまえば半導体の周囲にサージ保護の部品がつくため、その後はサージに対して強くなる場合です。このような場合に対する対策としてとられる方法は、人体あるいは半田ごてなどの半導体と接触する設備に対する対策が必要となってきます。人体に対する対策としては、

1. 静電気を起こさない作業衣を用いる。
2. 接地された導伝性の床の上で作業をする。
3. 人体そのものを接地する。これは例えば金属の指輪をしてそこから導線を経由して接地するなど

そのほかの設備について、例えば半田ごてなどは、加熱するための電源にフィルターを入れたり、こて自体に導線をつけて接地したりします。大がかりな方法としてはイオン発生器を取り付けて、常に電気を中和する方法も取られます。

12.5 その他の現象

12.5.1 湿度

半導体にとって湿気は大敵です。それは湿気によって半導体のリード線が腐るばかりでなく、樹脂とリード線の間を通過して半導体チップにまで水が進入し半導体表面の配線まで腐らせてしまうからです。しかも進入する水の中にはさまざまな不純物もあり、それによって様々な化学変化を生じてしまい半導体の寿命を大幅に縮めてしまう結果となります。

この対策で半導体としては、まず水が進入しないようにリード線と樹脂との密着性を強固にする対策がとられ、さらにたとえ水が進入してきたとしても、半導体チップにまで進入しないようにチップ上をコーティング材というガラスでおおっています。もっと湿度に対してきびしい条件を要求される半導体については、ハーメチックシールと呼ばれる方法が取られます。これは半導体チップを完全に外気と分離する方法で、金属の外囲器を用いてチップを封入してしまう方法です。

12.5.2 放射線

様々な放射線は高いエネルギーを持っているため、半導体に対して致命傷を与えます。以前半導体を保護している樹脂の中からアルファ線が出て半導体を誤動作させた事件がありました。これについては、樹脂の改良によって解決しました。

そのほかに放射線とは言いがたいのですが、光によっても誤動作を起こします。特に赤外線は樹脂を完全に通過するので、そのような赤外線の多い場所での半導体の使用は、気をつける必要があります。今のところ特別な使用状態となるような製品で無い限り限り、これらの対策は特に行われていません。

12.5.3 ウィスカー

ウィスカーとは金属が非常に細い針状になって成長してくる現象です。このウィスカーは純粋の結晶となっており、電気をよく通します。昔はその現象の理解が進んでいなかったため、よくこのウィスカーによる市場事故が発生しました。現在では現象の理解が進み、事故の発生はほとんど見られません。対策としては、わずかな不純物を添加してウィスカーの発生を抑える方法が取られています。

12.5.4 マイグレーション

マイグレーションとは、金属が半導体中に染み込んで消失する現象です。特に電流が流れている金属に対して、この現象は顕著に現れます。また湿気が入り込むと水の中に含まれているイオンによって、さらに加速されます。

この現象の対策としては、金属中に不純物を添加してマイグレーションの発生を抑えています。例えばアルミ配線中に少量に銅を添加し、マイグレーションの発生を抑えるなどの例です。

付録 A

付録

この章では信頼性工学において必要な数学的知識の内、特に統計に関する数学について参考として記述している。確率論に関する一般的な知識については、既に読者は十分に理解しているとして省略している。

A.1 定義

ここでは統計における様々な用語のうち、信頼性工学において用いられる用語について解説を行う。

1. 調査

統計的な調査を行う場合には、調査対象が多く的事象から構成されている場合が多い。そこで調査は次の2つの場合に分類される。

- (a) 全数調査：全ての事象を調査の対象とする方法
- (b) 標本調査：全ての事象の中から、何らかの方法を使って一部分を抜き出し、その一部分を調査し全体を推測する方法

2. 調査対象の呼称

調査を行うにあたり、その呼称を決めておく方が便利である。次のような呼称が用いられる。

- (a) 母集団：調査対象である事象全体を指す
- (b) 個体：母集団に属する各々の事象
- (c) 母集団の大きさ：母集団に属する個体の個数
- (d) 標本：標本調査で抜き出された個体の集合
- (e) 抽出：標本を抜き出す行為
- (f) 標本の大きさ：標本に属する個体の個数

3. 抽出

母集団から標本を抽出すると言っても様々な方法がある。その抽出方法として次のような方法がある。

- (a) 無作為抽出：標本を母集団から公平になるように抽出する方法。
そのためにサイコロや乱数表などが用いられる。
- (b) 有意抽出：過去の知識や経験などに基づいて抽出する方法
その他にも次のような分類がある。
- (c) 復元抽出：標本を取り出す場合、一度取り出し調査を行った後再び母集団へ戻し、次の調査する個体は、この元の状態に復元した母集団から取り出して調査するという手順を繰り返して抽出する方法。
- (d) 非復元抽出：一度取り出した個体は本の母集団へ戻さない抽出方法

4. 母集団

母集団の確率分布を母集団分布と呼び、母集団の平均、分散、標準偏差を各々母という字を付けて母平均、母分散、母標準偏差と呼んでいる。

5. 標本

ある N 個の母集団から大きさ n 個の標本を抽出することを考える。これらの標本の値を各々 X_1, X_2, \dots, X_n とすると、これらの値は各々母集団の中から任意に選ばれるので各々確立変数と考える必要がある。これら各々確立変数と母集団の母平均、母標準偏差とは次の関

係があることは明らかであろう。

$$m = E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n) \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma = \sigma(X_1) = \sigma(X_2) = \cdots = \sigma(X_n) \quad (\text{A.2})$$

さらにここで平均 E と分散 V に関する次の定理を用いる。

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y) \quad (\text{A.3})$$

$$V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) \quad (\text{A.4})$$

標本の平均は、標本の値を X_1, X_2, \dots, X_n とすると次のように定義される。

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \quad (\text{A.5})$$

標本の分散は次の式によって定義される。

$$S^2 = \frac{1}{2} \left[(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \cdots + (X_n - \bar{X})^2 \right] \quad (\text{A.6})$$

6. 無作為標本抽出、乱数

ある母集団から標本を抽出する場合、その抽出の仕方は無作為に選択されたものでなくてはならない。言葉を変えて言うと、母集団の各要素が標本に取り出される確率は既知でなければならない。この条件は（少なくとも近似的には）満足されていなければならない。そうでないと何らかの恣意がはいることによって抽出された標本の性質が変化してしまうからである。

もし標本空間が無限であるならば、標本の値は独立となるであろう。つまり n 個の標本値を得るために行われる無作為実験の n 回の試行結果は互いに影響を及ぼしあわないであろう。標本空間が有限である場合においても、復元抽出によって標本を取り出せば標本値は独立であろうし、たとえ非復元抽出であっても、標本の大きさが母集団に較べて小さいならば標本値は実質上独立と見なせるであろう。

ある標本を無作為に抽出するという事は、よくよく考えてみるとそう簡単なことではない。無作為に選んだつもりでも何らかの要因である規則が入ってしまう。この無作為抽出を行う方法としてよく使われる方法は乱数を使う方法である。この乱数は多くの計算機言語において使うことができ、様々な手法が考案されているがいずれにせよ計算機によって何らかの関数を用いて計算するわけであるので、発生する乱数といえども完全ではない。

7. 比率

- (a) 母比率：母集団の中である性質を持つものの全体に対する比率
- (b) 標本比率：標本の中である性質を持つものの標本全体に対する比率

8. 検定

ある仮説を立て、次にその確率を計算する。その確率がある値より小さい場合（棄却域）その仮説を棄却する。この様な仮定を検定と呼んでいる。

(a) 両側検定と片側検定

検定を行ったとき棄却域は、仮定の値より大きくても小さくても検定の対象となり得る。しかし現実には片側だけしか可能性が無い場合も存在する。この様な場合片側だけにしか棄却域が存在しないときに行う検定を片側検定と呼んでいる。

(b) 右側検定と左側検定

また棄却域が分布の右側だけにしか存在しない場合を右側検定、左側だけにしか存在しない場合を左側検定と呼ぶ。

A.2 標本

上で定義した平均値は抽出した標本の一例にすぎないので、この値を平均値とするには問題がある。正確な標本の平均値としては、標本の値 X_1, X_2, \dots, X_n の各々に対する平均を考えなければならない。よって求める標本の平均値としては、(A.5) 式の平均を考え次の式によって与えられる。

$$\begin{aligned} E(\bar{X}) &= E\left(\frac{X_1, X_2, \dots, X_n}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n}(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ &= m \end{aligned} \tag{A.7}$$

次に重要なパラメータは、標本平均の分散（または標準偏差）である。この値は標本平均から次のようにして求められる。

1. 復元抽出の場合

$$\begin{aligned} V(\bar{X}) &= V\left(\frac{X_1, X_2, \dots, X_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2}V(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ &= \frac{1}{n^2}(\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2) = \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \tag{A.8}$$

2. 非復元抽出の場合

$$\begin{aligned} V(\bar{X}) &= V\left(\frac{X_1, X_2, \dots, X_n}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n^2}V(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1} \end{aligned} \tag{A.9}$$

分散についても、真の分散を得るためにはこの式の期待値を考える必

要がある。そこで前の節で定義した分散の式の期待値を考えると

$$\begin{aligned}
 E(S^2) &= E \left\{ \frac{1}{n} [(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \cdots + (X_n - \bar{X})^2] \right\} \\
 &= \frac{1}{n} E \left\{ [(X_1 - m) - \bar{X} - m]^2 + [(X_2 - m) - \bar{X} - m]^2 \right. \\
 &\quad \left. + \cdots + [(X_n - m) - \bar{X} - m]^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{n} E [(X_1 - m)^2 + (X_2 - m)^2 + \cdots + (X_n - m)^2] \\
 &\quad - E \left\{ \left[\frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \right] (\bar{X} - m) \right\} + E [(\bar{X} - m)^2] \\
 &= \frac{1}{n} (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots + \sigma^2) - \frac{\sigma^2}{n} \\
 &= \frac{n-1}{n} \sigma^2 \tag{A.10}
 \end{aligned}$$

この結果から分散の期待値は、母分散の $(n-1)/n$ 倍に等しい。

3. 中心極限定理

定理 1 中心極限定理多数の確率変数の和の確率分布関数は、ガウス分布に近づく。

これが中心極限定理であるがここではすべてが連続的で同一の分布関数、従って同一の密度を持つ場合について証明する。

またこの中心極限定理の応用の 1 つとして「母平均 m 、母分散 σ^2 を持つ母集団から抽出された大きさ n の標本平均 \bar{X} を持つ標本の分布は、 n の値が大きい場合、近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ によって表される」と言うことも出来る。

<証明>

平均値 0、分散 1 を持つ次の確率変数を考える。

$$W_N = \frac{Y_N - \bar{Y}_N}{\sigma_{Y_N}} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{X_i}^2}} = \frac{1}{\sqrt{N} \sigma_X} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})$$

W_N の特性関数は次のようになる。

$$\begin{aligned}\Phi_{W_N}(\omega) &= E[\exp(j\omega W_N)] \\ &= E\left\{\exp\left[\frac{j\omega}{\sqrt{N}\sigma_X}\sum_{i=1}^N(X_i - \bar{X})\right]\right\} \\ &= \left[E\left\{\exp\left[\frac{j\omega}{\sqrt{N}\sigma_X}(X_i - \bar{X})\right]\right\}\right]^N\end{aligned}$$

次にこの関数の指数部をテイラー展開する。そのときの剰余項を用いて

$$\begin{aligned}E\left\{\exp\left[\frac{j\omega}{\sqrt{N}\sigma_X}(X_i - \bar{X})\right]\right\} &= \\ E\left[1 - \frac{j\omega}{\sqrt{N}\sigma_X}(X_i - \bar{X}) + \left(\frac{j\omega}{\sqrt{N}\sigma_X}\right)\frac{(X_i - \bar{X})^2}{2} + \frac{R_N}{N}\right] &= 1 - \frac{\omega^2}{2N} + \frac{E[R_N]}{N}\end{aligned}$$

上の2つの式から、さらに対数を取ると

$$\ln[\phi_{W_N}(\omega)] = N \ln\left[1 - \frac{\omega^2}{2N} + \frac{E[R_N]}{N}\right]$$

この式はテイラー展開から、次のようになる。

$$\ln[\phi_{W_N}(\omega)] = -\frac{\omega^2}{2} + E[R_N] - \frac{N}{2}\left[\frac{\omega^2}{2N} - \frac{E[R_N]}{N}\right]^2 + \dots$$

N の値を大きくしていくと右辺の第1項だけが残り、結局次の式が得られる。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \phi_{W_N}(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2}{2}\right) \quad (\text{A.11})$$

A.3 推定

ここでは標本として取り出した事象から元の母集団を推定する方法について考える。推定には2種類あり、1つは点推定、もう1つは区間推定と呼ばれる。

A.3.1 点推定

点推定とは、母数、ここでは平均値と分散のことを言っているが、それらの値そのものを求めようということを意味している。最も簡単な方法は、標本の平均値 \bar{X} および分散 s^2 が、そのまま母数の平均 m および分散 σ^2 とする方法であり、各々次のように与えられる。

$$m = \bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \quad (\text{A.12})$$

$$\sigma^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \quad (\text{A.13})$$

<最尤法>

この方法は1912年 R.A.Fisher によって考案された方法である。最尤法とは、 x_1, x_2, \dots, x_n の n 個の標本が選ばれたときこれらの標本によって全体の確立が次の式で与えられたとする。

$$F = f(x_1)f(x_2) \cdots f(x_n) \quad (\text{A.14})$$

このとき x_1, x_2, \dots, x_n の標本が θ の関数であるとする、全体の確立 F が最大になる様な θ の値が求める最適な θ となる、ことを利用する手法である。このことから最適な θ の値は次の式によって与えられる。

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{A.15})$$

あるいは、次の式の様に対数を取った形で与えられる。

$$\frac{\partial \ln F}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{A.16})$$

A.3.2 区間推定

まず最初に元々の母数は正規分布であると仮定した場合に話を限定する。区間推定とは、母数のある確率変数 θ の値がある値の範囲 Θ_1 と Θ_2 の

間に存在する確率が γ となるような Θ_1, Θ_2 を求めることを言う。式で書くと次の様になる。

$$P(\Theta_1 \leq \theta \leq \Theta_2) = \gamma$$

ここで γ : 信頼水準と呼ばれ、0.90, 0.95, 0.99, 0.999 などが良く用いられる。

区間推定には3種類ある。1つは、母数の分散が判明していて、母数の平均を推定すること。2つ目は、母数の分散が不明のときに母数の平均を求めること。3つ目は母数の分散を求めることである。この3つ目の場合母数の平均は未知でも既知であってもかまわない。これら3つについて説明するわけであるが、このことを説明する前に、必要な定理について述べる。(照明は省略)

定理 2 各々独立な確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が各々平均値 m_1, m_2, \dots, m_n 、分散 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ を持つとき、確率変数の和の平均および分散は、次の式で与えられる。

$$m = M_1 + m_2 + \dots + m_n \quad (\text{A.17})$$

$$\sigma = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (\text{A.18})$$

定理 3 各々独立な確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が各々同じ平均値 m 、同じ分散 σ を持つとき、確率変数

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) \quad (\text{A.19})$$

は同じ値の平均 m と分散 σ^2/n の正規分布となる。

定理 4 各々独立な確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が各々同じ平均値 m 、同じ分散 σ を持つとき、確率変数

$$T = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - m}{\Sigma} \quad (\text{A.20})$$

は、自由度 $n-1$ の t 分布となる。また

$$Y = (n-1) \frac{\Sigma^2}{\sigma^2} \quad (\text{A.21})$$

は、自由度 $n-1$ のカイ 2 乗分布となる。ここで $\Sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
 $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$

母数の分散が既知の場合に母数の平均の信頼区間の求め方

1. 信頼水準 γ を選ぶ。
2. その信頼水準 γ に対応する c の値を求める。
3. 標本の平均 \bar{X} を求める
4. $k = cn/\sqrt{n}$ を求めると、信頼区間は次の様に与えられる。

$$\bar{X} - k \leq m \leq \bar{X} + k$$

母数の分散が未知の場合に母数の平均の信頼区間の求め方

1. 信頼水準 γ を選ぶ。
2. 自由度 $n-1$ の t 分布表を用いて、方程式を満たす c の値を求める。

$$F(c) = \frac{1}{2}(1 + \gamma)$$

3. 標本の平均 \bar{X} と分散 σ^2 を計算する。
4. $k = c\sigma/\sqrt{n}$ を求めると、信頼区間は次の様に与えられる。

$$\bar{X} - k \leq m \leq \bar{X} + k$$

母数の分散の求め方

1. 信頼水準 γ を選ぶ。
2. 自由度 $n-1$ の t 分布表を用いて、方程式を満たす c_1, c_2 の値を求める。

$$F(c_1) = \frac{1}{2}(1 - \gamma), F(c_2) = \frac{1}{2}(1 + \gamma)$$

3. 標本の分散を σ^2 を計算し、 $(n-1)\sigma^2$ を求める。
4. $k_1 = (n-1)\sigma^2/c_1$, $k_2 = (n-1)\sigma^2/c_2$ を求めると、信頼期間は次の式となる。

$$k_2 \leq \Sigma^2 \leq k_1$$

標本の大きさ n が大きい場合には標本平均の分布は、中心極限定理から正規分布となることが分かっているから、この関係を用いて母平均を推定することが可能である。標準正規分布は (A.11) 式を用いて、次のような関係式によって与えられる。

$$P(|Z| < k) = P\left(\left|\frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| < k\right) \quad (\text{A.22})$$

この (A.22) 式は標準正規分布表で与えられているので、例えば $k = k_0$ の値が与えられたときの P の値は分布表から P_0 と求められたとする。標準正規分布は 1 で規格化されているので P_0 の値は確率を表しているとみなすことが出来る。このとき (A.22) 式から

$$P\left(\bar{X} - k_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + k_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = P_0 \quad (\text{A.23})$$

となる。この式は母平均 m が $\bar{X} - k_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + k_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の範囲の値を取る確率が P_0 であることを示している。ただこの方法では標準偏差自体が母標準偏差であるため多少問題ではあるが、実際問題においては母標準偏差を標本標準偏差として問題を解いている。 n の値が大きい場合には (A.10) によって裏付けられるように、母標準偏差と標本標準偏差とは等しくなる。

以上の関係を母平均 m に対する信頼度（信頼係数） P_0 の信頼区間と呼んでいる。

A.3.3 比率の推定

母集団の中である性質を持つものの母比率を p とする。その母集団から n 個を取り出すとする。その中で同じ性質を持つものの数を X とすれば、

p はその性質が現れる確率とみなすことが出来るので X は $B(n, p)$ の二項分布で表すことが出来る。以上からこの X の期待値と分散は二項分布の性質から次のようになる。

$$E(X) = np, V(X) = np(1-p) \quad (\text{A.24})$$

また二項分布の性質から n の値が大きい場合には、二項分布は正規分布になることが判っているので、次の式のような変換を行うことによって標準正規分布となる。

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \quad (\text{A.25})$$

これから確率が P_0 となる $|Z| < k_0$ の値との間に次の関係式が存在する。

$$P\left(\left|\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right| < k_0\right) = P_0 \quad (\text{A.26})$$

また標本比率はその定義より、次のように与えられるので

$$\bar{p} = \frac{X}{n} \quad (\text{A.27})$$

(A.26)(A.27) 式から

$$P\left(\bar{p} - k_0 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < p < \bar{p} + k_0 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = P_0 \quad (\text{A.28})$$

この式の中で p の値は母比率であるので、標本からは得られない。しかし大数の法則から n の数が大きい場合には、 $p = \bar{p}$ となるので (A.28) 式は次のように書き換えることが出来る。

$$P\left(\bar{p} - k_0 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < p < \bar{p} + k_0 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right) = P_0 \quad (\text{A.29})$$

この式から次の結論が得られる。母比率 p は標本の大きさ n と標本比率を用いて P_0 の確率を持つ信頼度で、区間 $\bar{p} - k_0 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < p < \bar{p} + k_0 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$ の中に存在する。

A.4 検定

検定とはある事象が成立すると仮定しその場合の起こりうる確率を仮定し、その確率が極端に低い場合には、その事象そのものを棄却する手続きを言っている。この手続きは次のように行われる。

- (1) 変数 X の母集団に対してある仮説を立てる。
- (2) 標本調査によって仮説が起こりうる確率を求める。
- (3) この確率がある危険率（有意水準）以下である場合（棄却域）、仮説を棄却する。

<例1>母平均の検定

「母平均が m である」と仮定する。このとき母標準偏差 σ は判っているとする。大きさ n の無作為抽出を行い、標本平均を \bar{X} とする。このときの標準化された確率変数は次の式である。

$$Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

この確率変数は n が大きい場合には、標準正規分布 $N(0, 1)$ となる。この標準正規分布は、この確率変数を取りうる確率を示しているので、例えば有意水準が0.05であるとする

$$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$$

から次の式が成立しなければならない。

$$|\bar{X} - m| \geq 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

この式に具体的な数値を代入して、この式が成立するならば仮説を棄却しなければならない。

<例 2 >比率の検定

この場合も母平均の検定と同様に扱うことが出来る。ただし比率の検定であるので必要な式は (A.24 . A.25) 式である。

参考文献

- [1] Igor Basovsky, Reliability Theory and Practice, Prentice-Hall Inc.
- [2] 真壁 肇編、「信頼性工学入門」 日本規格協会
- [3] Peyton Z. Peebles, Jr. 著、平野 信夫訳、「電子・通信工学のための確率論序説」
- [4] Erwin Kreyszig 著、田栗 正章訳、「確率と統計」 培風館

著者紹介

新原 盛太郎 (しんばら せいたろう)

1948年8月	山口県徳山市に生まれる (本籍は博多区須崎)
1972年3月	九州大学工学部卒業
同年4月	東京大学工学部 青木研究室
1973年4月	東京芝浦電気入社
1989年10月	CADENCE社 (USA) に1年間駐在
1990年4月	東芝半導体事業部
2008年4月	東京工芸大学 非常勤講師
同年8月	東芝退社
2019年3月	東京工芸大学退任

[特許]

US 5件登録、EU 2件登録、国内特許約50件登録

[著作]

「ダイオード/トランジスタ/FET 活用入門」 CQ 出版

「SPICE とデバイス・モデル」 CQ 出版

「間違いが多い電気知識」東京図書出版

「基礎電気回路」Amazon・電子書籍

「アナログ回路設計法」Amazon・ペーパーバック

2022年(令和4年)12月 初版発行

Copyright © 2022 新原 盛太郎

All rights reserved